

Problema 1 – Eqüicorte Mínimo

1. Parâmetros

n : número de vértices;
 $arestas(i,j)$: Matriz de Adjacências;

2. Variáveis do Modelo

Variáveis x e y binárias, tais que:

$$x(i) = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice } i \text{ entra no conjunto } U \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
$$y(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } (i, j) \text{ pertence ao corte de } U \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3. Restrições

- Garantia de que o número de vértices em U é aproximadamente metade do número total de vértices:

$$\sum_i^n x(i) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

- Dada uma aresta (i,j) , se o vértice i está em U e o vértice j não está, então (i,j) faz parte do corte de U , e vice-versa:

$$y(i, j) = x(i) \text{ XOR } x(j), \text{ para } i, j = \{1..n\} \text{ tal que } arestas(i,j)=1 \text{ e } i < j$$

Como não existe o operador XOR em programação inteira, deve-se representá-lo de outra maneira, a seguir:

$$y(i, j) \geq x(j) - x(i)$$

$$y(i, j) \geq x(i) - x(j)$$

$$y(i, j) \leq 2 - x(i) - x(j)$$

$$y(i, j) \leq x(i) + x(j)$$

As quatro restrições acima representam o XOR.

4. Função Objetivo

A função objetivo minimiza o número de arestas pertencentes ao corte, ou seja, o somatório de elementos iguais a 1 em $y(i,j)$:

$$\min \sum_i^n \sum_j^n y(i, j)$$

Problema 2 – Alocação de Setores a Depósitos

1. Parâmetros

n : número de setores;
 m : número de locais potenciais de instalação dos depósitos;
 $custo_fixo(j)$: custo fixo de instalação do j -ésimo depósito;
 $distancia(i,j)$: distância entre um setor i e um depósito j ;
 $custo_km$: custo por quilômetro e por metro cúbico de lixo transportado;
 $capacidade(j)$: Capacidade anual de armazenagem de lixo do depósito j ;
 $req(i)$: Capacidade de produção anual de lixo do setor i ;

2. Variáveis do Modelo

Variáveis x e y binárias, tais que:

$$x(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se o setor } i \text{ é alocado ao depósito } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y(j) = \begin{cases} 1, & \text{se o depósito } j \text{ é instalado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3. Restrições

- Para cada setor, ele deve estar alocado a um e somente um depósito:

$$\sum_j^m x(i, j) = 1, \text{ para } i = \{1 \dots n\}$$

- Para cada depósito, a soma da produção de lixo dos setores alocados a ele não deve exceder à sua capacidade:

$$\sum_i^n req(i) * x(i, j) \leq capacidade(j), \text{ para } j = \{1 .. m\}$$

- Um setor só pode ser alocado a um depósito se este for instalado:

$$x(i, j) \leq y(j), \text{ para } i = \{1 .. n\}, j = \{1 .. m\}$$

4. Função Objetivo

Minimiza os custos associados com instalação (custo fixo de instalação) e transporte (custo por quilômetro e por metro cúbico transportado, levando em consideração a quantidade transportada e a distância percorrida, para cada depósito e os setores alocados a ele). Observa-se a presença de uma constante multiplicativa (1000) devido ao fato de o parâmetro $req(i)$ estar milhares de metros cúbicos.

$$\min \left[\left(\sum_i^n \sum_j^m 1000 * custo_km * distancia(i, j) * req(i) * x(i, j) \right) + \left(\sum_j^m custo_fixo(j) * y(j) \right) \right]$$

Problema 3 – Instalação de Cadeias de Restaurante

- Problema 3a

1. Parâmetros

r : número de cadeias de restaurantes;

n : número de locais candidatos;

$lucro(j, i)$: lucro mensal esperado com a instalação de um restaurante da cadeia i no local j ;

$Menos5(i, j)$: tabela assinalando os locais que distam menos de 5 km entre si;

2. Variáveis do Modelo

Variável binária x , tal que:

$$x(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se o restaurante da cadeia } i \text{ é instalado no local } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3. Restrições

- Para cada localização, no máximo um restaurante, de qualquer cadeia, pode ser instalado:

$$\sum_i^r x(i, j) \leq 1, \text{ para } j = \{1 .. n\}$$

- Para cada cadeia de restaurantes, se um restaurante for instalado em um local, não instalar outro restaurante da mesma cadeia em qualquer outro local que diste menos de 5 km deste:

$$x(k,i) + x(k,j) \leq 2 - \text{Menos5}(i,j), \text{ para } k = \{1 \dots r\} \text{ e } i,j = \{1 \dots n\}$$

4. Função Objetivo

O objetivo é maximizar o lucro associado ao funcionamento dos restaurantes nos locais alocados:

$$\max \sum_i^r \sum_j^n \text{lucro}(j,i) * x(i,j)$$

Problema 3b

Para este problema, deseja-se obrigar que, se instalar o restaurante de uma cadeia num local, então obrigatoriamente instalar o restaurante da outra cadeia em alguma localização que diste menos de 5 km. Para tal, basta adicionar-se as seguintes restrições ao modelo descrito acima:

- Obriga que, para os restaurantes da cadeia 2 instalados, instalar restaurantes da cadeia 1 nos locais que distam menos de 5 km:

$$\sum_j^n \text{Menos5}(i,j) * x(1,j) \geq x(2,i), \text{ para } i = \{1 \dots r\}$$

- Obriga que, para os restaurantes da cadeia 1 instalados, instalar restaurantes da cadeia 2 nos locais que distam menos de 5 km:

$$\sum_j^n \text{Menos5}(i,j) * x(2,j) \geq x(1,i), \text{ para } i = \{1 \dots r\}$$

Problema 4 – Distribuição de Combustíveis

1. Parâmetros

m : número de combustíveis;

n : número de tanques;

$demanda(i)$: quantidade demandada pelo combustível i ;

$capacidade(j)$: capacidade de armazenagem de combustível no tanque j ;

2. Variáveis do Modelo

Variáveis x e y , binária e inteira respectivamente, tais que:

$$x(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{se o tanque } j \text{ armazena combustível } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$y(i)$ = quantidade total transportada do combustível i

3. Restrições

- Somente um tipo de combustível pode ser transportado em cada tanque:

$$\sum_i^m x(i, j) \leq 1, \text{ para } j = \{ 1 \dots n \}$$

- A quantidade de combustível que decidiu-se transportar deve ser menor que a demanda pelo combustível:

$$y(i) \leq \text{demanda}(i), \text{ para } i = \{ 1 \dots m \}$$

- A capacidade total alocada aos tanques para cada tipo de combustível deve ser maior ou igual à quantidade transportada:

$$\sum_j^n \text{capacidade}(j) * x(i, j) \geq y(i), \text{ para } i = \{ 1 \dots m \}$$

4. Função Objetivo

Objetiva-se minimizar o não atendimento à demanda, ou seja, a diferença entre o que deveria se transportar e o que se transportou de fato:

$$\min \sum_i^m (\text{demanda}(i) - y(i))$$