

## Problema 1

### Variáveis do Modelo

$x_{i,j} \equiv$  presença da aresta  $(i,j)$  no conjunto de arestas de corte. Variável assume 1 quando a aresta  $(i,j)$  está presente, 0 caso contrário.

$U_i \equiv$  presença do vértice  $i$  no subconjunto  $U$  de vértices de  $V$ . Variável assume 1 quando o vértice  $i$  existe em  $U$ , 0 caso contrário.

### Descrição das Restrições

Se ambos os vértices estão em  $U$  eles não podem ser uma aresta de corte:

$$x_{i,j} \geq U_i - U_j \quad \forall i,j \in \{1,\dots,n\} \mid (i,j) \in E$$

$$x_{i,j} \leq U_j - U_i \quad \forall i,j \in \{1,\dots,n\} \mid (i,j) \in E$$

A quantidade de vértices em  $U$  deve ser igual ao piso da metade da quantidade de vértices em  $V$ :

$$\sum_{i=1}^n U_i = \left\lfloor \left( \sum_{i=1}^n V_i \right) / 2 \right\rfloor$$

As variáveis  $U$  e  $x$  devem ser 0 ou 1:

$$x_{i,j}, U_i \in \{0,1\}$$

### Função Objetivo

Minimizar a quantidade de arestas de corte:

$$Z = \sum_{i,j=1}^n x_{i,j}$$

## Problema 2

### Variáveis do Modelo

$x_{i,j} \equiv$  alocação do setor  $i$  ao depósito  $j$ . Variável assume 1 quando o setor está alocado no depósito, 0 caso contrário.

$d_j \equiv$  escolha do depósito  $j$  como um local de despejo. Variável assume 1 quando pelo menos um setor está alocado a ele, 0 caso contrário.

### Descrição das Restrições

Um setor tem que estar alocado em somente um depósito:

$$\sum_{j=1}^m x_{i,j} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

Um depósito tem que receber dejetos de pelo menos um setor:

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} \leq n \cdot d_j \quad \forall j \in \{1, \dots, m\}$$

Cada depósito só pode receber o volume de lixo que esteja dentro da sua capacidade:

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} \cdot req(i) \leq capacidade(j) \quad \forall j \in \{1, \dots, m\}$$

As variáveis  $x$  e  $d$  devem ser 0 ou 1:

$$x_{i,j}, d_j \in \{0, 1\}$$

### Função Objetivo

Minimizar o custo operacional da coleta de lixo ( $Z$ ), que se resume a um custo fixo por depósito operante, somado ao custo de transporte que varia de acordo com a distância entre depósito e setor atendido e volume de lixo, dado um valor por km:

$$Z = \sum_{j=1}^m (d_j \cdot custo\_fixo(j) + \sum_{i=1}^n x_{i,j} \cdot distancia(i, j) \cdot req(i) \cdot custo\_km \cdot 1000)$$

### Problema 3

Variáveis do Modelo

$r_{i,j} \equiv$  presença em  $i$  do restaurante do tipo  $j$ . Assume 1 quando está presente, 0 caso contrário

Descrição das Restrições

Para cada localidade pode haver no máximo 1 tipo de restaurante:

$$\sum_{j=1}^2 r_{i,j} \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

Os restaurantes que estiverem a menos de 5 km de distância deverão ser de tipos diferentes:

$$Menos5(i_1, i_2) \cdot (r_{i_1, j} + r_{i_2, j}) \leq 1 \quad \forall i_1, i_2 \in \{1, \dots, n\} \quad \forall j \in \{1, 2\}$$

Essa restrição está presente somente na parte 'b' do problema:

Se houver um restaurante de uma cadeia tem que existir outro, de outro tipo, a não mais que 5 km de distância:

$$\sum_{i_2=1}^n (r_{i_2, 2} \cdot Menos5(i_1, i_2)) \geq r_{i_1, 1} \quad \forall i_1 \in \{1, \dots, n\}$$
$$\sum_{i_2=1}^n (r_{i_2, 1} \cdot Menos5(i_1, i_2)) \geq r_{i_1, 2} \quad \forall i_1 \in \{1, \dots, n\}$$

As variáveis  $r$  devem ser 0 ou 1:

$$r_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad \forall j \in \{1, 2\}$$

Função Objetivo

Maximizar o lucro de uma rede de restaurantes:

$$Z = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n r_{i,j} \cdot lucro(i, j)$$

## Problema 4

Para simplificar, vou chamar de  $D$  a demanda total de combustível:

$$D = \sum_{i=1}^m \text{demanda}(i) \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

Variáveis do Modelo

$x_{i,j} \equiv$  presença do combustível de tipo  $i$  no tanque  $j$ . Assume 1 quando está presente, 0 caso contrário

$t_{i,j} \equiv$  quantidade de combustível do tipo  $i$  transportada no tanque  $j$ .

Descrição das Restrições

Cada tanque deve ter no máximo um tipo de combustível:

$$\sum_{i=1}^m x_{i,j} \leq 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

O volume transportado em cada tanque tem que ser no máximo igual à sua capacidade:

$$\sum_{i=1}^m t_{i,j} \leq 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

O volume de combustível transportado é no máximo igual à quantidade demandada, para cada combustível:

$$\sum_{j=1}^n t_{i,j} \leq \text{demanda}(i) \quad \forall i \in \{1, \dots, m\}$$

A quantidade total de demandada é maior ou igual à transportada em cada tanque:

$$x_{i,j} \cdot D \geq t_{i,j} \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

As variáveis  $x$  devem ser 0 ou 1 e  $t$  inteira, positiva:

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad t_{i,j} \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall i \in \{1, \dots, m\} \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

Função Objetivo

Minimizar a diferença entre a demanda total ( $D$ ) e o volume transportado:

$$Z = D \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{i,j}$$