

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS**

Instituto de Computação

Disciplina: Projeto e Análise de Algoritmos II, MC538

## **Trabalho Prático**

Ricardo Capitanio Martins da Silva 992386

**JUNHO/2005**

# Índice

Problema 1: Equicorte.....	3
Descrição das Variáveis do Modelo .....	3
Descrição das Restrições.....	3
Descrição da Função Objetivo .....	3
Problema 2: Coleta de Lixo .....	4
Descrição das Variáveis do Modelo .....	4
Descrição das Restrições.....	4
Descrição da Função Objetivo .....	4
Problema 3: Restaurante .....	5
Descrição das Variáveis do Modelo .....	5
Descrição das Restrições.....	5
Descrição da Função Objetivo .....	5
Problema 4: Distribuidora de combustíveis.....	6
Descrição das Variáveis do Modelo .....	6
Descrição das Restrições.....	6
Restrições sobre “x” .....	6
Restrições sobre “q” .....	6
Restrições de acoplamento.....	7
Descrição da Função Objetivo .....	7

## Problema 1: Equicorte

### **Descrição das Variáveis do Modelo**

O modelo contém as seguintes variáveis:

$d_{i,j} \in \{0,1\}$ ,  $i = 1 \dots n$ ,  $j = i \dots n$ , em que  $d_{i,j} = 1 \Leftrightarrow$  a aresta que liga o vértice  $i$  ao vértice

$j$  pode fazer parte<sup>1</sup> do corte  $\partial(U)$

$x_i \in \{0,1\}$ ,  $i = 1 \dots n$ , em que  $x_i = 1 \Leftrightarrow$  o vértice  $i$  pertence a  $U$ .

### **Descrição das Restrições**

O número de vértice em  $U$  deve ser igual a  $\lfloor n/2 \rfloor$ :

$$\sum_{i=1}^n x_i = \lfloor n/2 \rfloor$$

Para uma aresta  $a_{ij}$  estar no corte  $\partial(U)$  um vértice deve estar em  $U$  e o outro em  $V/U$ , ou seja  $x_i = 0$  e  $x_j = 1$  (ou vice-versa), então:

$$x_i - x_j = d_{i,j} \quad i = 1 \dots n, j = 1 \dots n, i < j$$

A condição  $i < j$  é adicionada por  $aresta_{ij} = aresta_{ji}$

### **Descrição da Função Objetivo**

A função objetivo apenas contabiliza o número de arestas que pertencem ao corte.

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i}^n arestas_{ij} \times d_{ij}$$

---

<sup>1</sup> A aresta pode pertencer ao corte caso seja indicado que ela exista pela matriz “arestas”

## Problema 2: Coleta de Lixo

### **Descrição das Variáveis do Modelo**

O modelo contém as seguintes variáveis:

$y_i \in \{0,1\}, i = 1 \dots n$ , em que  $y_i = 1 \Leftrightarrow$  o depósito  $i$  é instalado.

$x_{sd} \in \{0,1\}, s = 1 \dots n, d = 1 \dots m$ , em que  $x_{s,d} = 1 \Leftrightarrow$  o setor  $s$  é atendido pelo depósito  $d$

### **Descrição das Restrições**

Cada setor  $i$  deve ser atendido por um único depósito:

$$\sum_{j=1}^m x(i, j) = 1 \quad \forall i = 1 \dots n$$

Para cada depósito  $j$  (se instalado), a soma das demandas atendidas não pode ultrapassar a capacidade do referido depósito. Note que se o depósito não é instalado  $y_j = 0$ , e o lado direito também fica nulo.

$$\sum_{i=1}^n req_i \times x_{ij} \leq capacidade_j \times y_j \quad \forall j = 1 \dots m$$

### **Descrição da Função Objetivo**

A função objetivo é formada por duas parcelas: a primeira relativa ao custo fixo de instalação dos depósitos e a segunda referente ao custo de transporte do lixo aos depósitos.

$$\underbrace{\sum_{j=1}^m custo\_fixo_j \times y_j}_{custo\ de\ instalação} + \underbrace{custo\_km \times 1000 \times \sum_{a=1}^n req_a \times \sum_{b=1}^m distancia_{ab} \times x_{ab}}_{valor\ do\ transporte}$$

## Problema 3: Restaurante

### **Descrição das Variáveis do Modelo**

O modelo contém apenas a seguinte variável:

$x_{ij} \in \{0,1\}$ ,  $i = 1 \dots n$ ,  $j = 1 \dots 2$ , em que  $x_{ij} = 1 \Leftrightarrow$  é instalado um restaurante do tipo  $j$  na localidade  $i$ .

### **Descrição das Restrições**

Em uma mesma localidade  $i$ , não deve ser instalado os dois tipos de restaurante.

$$x_{i1} + x_{i2} \leq 1 \quad \forall i = 1 \dots n$$

Em a) do problema, restringe a instalação de restaurantes de mesmo tipo a mais de 5 km uns dos outros. Logo:

$$\begin{aligned} x_{i1} + x_{k1} &\leq 1 \quad \forall i = 1 \dots n-1, j = i \dots n, e \quad Menos5_{ik} = 1 \\ x_{i2} + x_{k2} &\leq 1 \quad \forall i = 1 \dots n-1, j = i \dots n, e \quad Menos5_{ik} = 1 \end{aligned}$$

Em b) há adição da restrição em que se for instalado um tipo de cadeia em um certo local, deve ser instalado obrigatoriamente uma outra loja do outro tipo de cadeia a uma distância não superior a 5 km, ou seja, deve existir alguma loja em um raio de 5 km do outro tipo de cadeia:

$$\begin{aligned} x_{i1} &\leq \sum_{j=1}^n Menos5_{ij} \times x_{j2} \quad \forall i = 1 \dots n \\ x_{i2} &\leq \sum_{j=1}^n Menos5_{ij} \times x_{j1} \quad \forall i = 1 \dots n \end{aligned}$$

### **Descrição da Função Objetivo**

A função objetivo calcula o lucro total gerado por toda os restaurantes instalados:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 lucro_{ij} \times x_{ij}$$

## Problema 4: Distribuidora de combustíveis

### ***Descrição das Variáveis do Modelo***

O modelo contém as seguintes variáveis:

$q_{ij} \in \mathbb{Z}, i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$  , em que  $q_{ij}$  indica a quantidade em litros a ser transportada do combustível  $i$ , no compartimento  $j$ .

$x_{ij} \in \{0,1\}, i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$  , em que  $x_{ij} = 1 \Leftrightarrow$  o combustível  $i$  é transportado no compartimento  $j$ .

### ***Descrição das Restrições***

As restrições podem ser divididas em três grupos: restrição sobre  $x$ , restrições sobre  $q$  e restrições de acoplamento (que ligam  $x$  e  $q$ ).

#### **Restrições sobre “x”**

Em cada compartimento somente pode ser transportado um tipo de combustível.

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1 \quad \forall j = 1 \dots n$$

#### **Restrições sobre “q”**

As quantidades  $q$  devem ser positivas:

$$q_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$$

A soma das quantidades transportadas de um mesmo combustível nos compartimentos não deve ser superior a demanda para o mesmo combustível:

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} \leq \text{demanda}_i \quad \forall i = 1 \dots m$$

## Restrições de acoplamento

A quantidade transportada de um certo combustível  $i$  em um compartimento  $j$  não deve ser superior a capacidade desse compartimento, se for escolhido transportar  $i$  em  $j$ . Caso não seja escolhido carregar  $i$  em  $j$  então a quantidade máxima deve ser nula.

$$q_{ij} \leq capacidade_j \times x_{ij} \quad \forall i = 1 \dots m, j = 1 \dots n$$

## Descrição da Função Objetivo

A função objetivo deve descrever a quantidade total de combustível que se deixa de transportar, diante das escolhas das variáveis do modelo. Assim:

$$z(q) = \sum_{i=1}^m \left( demanda_i - \sum_{j=1}^n q_{ij} \right)$$

Note que  $z(q) = \sum_{i=1}^m \left( demanda_i - \sum_{j=1}^n q_{ij} \right) \Leftrightarrow z(q) = \sum_{i=1}^m demanda_i - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_{ij} \Rightarrow (*)$   
 $demanda$   
 $cons\ tan\ te$

$$(*) \min(z(q)) = \min\left(-\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_{ij}\right) \Rightarrow \min(z(q)) = \max\left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n q_{ij}\right) \quad ^2$$

---

<sup>2</sup> O que explica a alteração da linha “inalterável” segundo informado na página da disciplina, dado que o valor final, a ser mostrado e utilizado para comparações com a resposta conhecida do problema, deve ser ajustado com a adição da parcela constante, retirada durante a execução do algoritmo de otimização.