

MC548 Projeto e Análise de Algoritmos II

Programação Linear Inteira

Anna Victoria Palazzo de Oliveira – RA 001369
Tábata Reis – RA 003384

Campinas, 07 de Junho de 2005

1. Problema 1

1.1 Definição das variáveis

- $n \rightarrow$ número de vértices do grafo.
- $arestas_{i,j} \rightarrow$ matriz de adjacências. Se a $aresta(i, j) \in V$, $arestas_{i,j} = 1$ senão $arestas_{i,j} = 0$.
- $u_i \rightarrow 1$ se $i \in$ ao subconjunto U , 0 caso contrário.
- $corte_{i,j} \rightarrow 1$ se a $aresta(i, j) \in$ ao corte, 0 caso contrário.

1.2 Restrições

- Para que U seja um equicorte de G , o número de vértices de U deve ser aproximadamente metade do número de vértices de G .

$$\sum_{i=1}^n u_i \leq \frac{n}{2} \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^n u_i \geq \frac{(n-1)}{2}$$

- Uma $aresta(i, j)$ pertence ao corte se exatamente um de seus vértices pertence a U . Caso contrário, as equações abaixo nada restringem. Mas como a função objetivo desse problema é de minimização, então sempre que $corte_{i,j}$ não for definido, seu valor será 0.

$$u_j - u_i \leq corte_{i,j}$$

$$u_i - u_j \leq corte_{i,j}$$

1.3 Função Objetivo

- Minimizar o número de arestas que pertencem ao corte atendendo às restrições anteriores

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m corte_{i,j}$$

2. Problema 2

2.1 Definição das variáveis

- $m \rightarrow$ quantidade de locais para instalação de depósitos.
- $n \rightarrow$ quantidade de setores da cidade.
- $custo_fixo_j \rightarrow$ custo para instalar um depósito no local j .
- $custo_km \rightarrow$ custo por km e por metro cúbico de lixo transportado.
- $capacidade_j \rightarrow$ capacidade do depósito.
- $req_i \rightarrow$ quantidade de lixo produzida no setor i .
- $distância_{i,j} \rightarrow$ distância entre o setor i e o local j .
- $construido_local_j \rightarrow 1$ se foi construído um depósito no local j , 0 caso contrário.
- $alocado_{i,j} \rightarrow 1$ se o setor i será atendido pelo depósito j , 0 caso contrário.

2.2 Restrições

- Cada setor deve ser alocado a exatamente um depósito de lixo.

$$\sum_{j=1}^m alocao_{i,j} = 1 \quad \text{para todo } i = 1 \dots n.$$

- A produção de lixo de todos os setores alocados a um depósito j não pode ultrapassar a $capacidade_j$ quando o mesmo for construído. Quando o depósito não for construído, a relação obriga que nenhum setor seja alocado a este.

$$\sum_{i=1}^n (req_i * alocao_{i,j}) \leq construido_local_j * capacidade_j \quad \text{para todo } j = 1 \dots m.$$

2.3 Função Objetivo

- Minimizar o custo operacional que é constituído por um custo fixo quando um depósito é construído e por um custo de transporte do lixo dos setores aos seus respectivos depósitos.

$$\min \left(\sum_{j=1}^m (\text{construido_local}_{i,j} * \text{custo_fixo}_j) + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (\text{alocado}_{i,j} * \text{distância}_{i,j} * \text{custo_km} * \text{req}_i * 1000) \right)$$

3. Problema 3.a

3.1 Definição das variáveis

- $n \rightarrow$ número de possíveis locais para instalação de restaurante.
- $\text{lucro}_{i,j} \rightarrow$ lucro esperado com a construção de um restaurante j no local i .
- $\text{menos5}_{i,j} \rightarrow 1$ se a distância entre i e j é menor ou igual a 5 km, 0 caso contrário.
- $\text{localização_restaurante}_{i,j} \rightarrow 1$ se um restaurante da cadeia j foi construído no local i , 0 caso contrário.
- $M \rightarrow$ constante que define o número de cadeias de restaurante.

3.2 Restrições

- No máximo um restaurante pode ser instalado em cada local.

$$\sum_{j=1}^M \text{localizacao_restaurante}_{i,j} \leq 1 \quad \text{para todo } i = 1 \dots n$$

- Dois restaurantes da mesma cadeia devem ter distância superior a 5 km.

Para todo $i = 1 \dots n$ e todo $k = 1 \dots n$:

Se $\text{menos5}_{i,K} = 1$,

$$\text{localizacao_restaurante}_{i,j} + \text{localizacao_restaurante}_{k,j} \leq 1 \quad \text{para todo } j = 1 \dots M$$

Se $\text{menos5}_{i,K} = 0$,

$$\text{localizacao_restaurante}_{i,j} + \text{localizacao_restaurante}_{k,j} \geq 0 \quad \text{para todo } j = 1 \dots M$$

3.3 Função Objetivo

- Maximizar o lucro obtido com os restaurantes

$$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^M (localizacao_restaurante_{i,j} * lucro_{i,j})$$

4. Problema 3.b

Este problema pode ser resolvido adicionando à modelagem do problema 3.a a seguinte restrição:

- Se instalar um restaurante de uma cadeia em um local, então deverá instalar pelo menos um restaurante da outra cadeia distante no máximo 5 km.

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^M menos5_{i,k} * localizacao_restaurante_{k,l} \geq localizacao_restaurante_{i,j}$$

para todo $i = 1 \dots n$
para todo $j = 1 \dots M$

5. Problema 4

5.1 Definição das variáveis

- $n \rightarrow$ número de tanques do caminhão
- $m \rightarrow$ número de tipos de combustíveis
- $capacidade_j \rightarrow$ capacidade de armazenamento do tanque j .
- $demanda_i \rightarrow$ demanda do combustível i .
- $combustivel_tanque_{i,j} \rightarrow 1$ se o combustível i foi transportado no tanque j , 0 caso contrário.
- $qte_combustivel_tanque_{i,j} \rightarrow$ quantidade de combustível i transportada no tanque j .

5.2 Restrições

- Em um tanque, no máximo um tipo de combustível pode ser transportado.

$$\sum_{i=1}^m combustivel_tanque_{i,j} \leq 1 \quad \text{para todo } j = 1 \dots n$$

- A quantidade de combustível transportada no tanque é no máximo a capacidade do mesmo.

$$qte_combustivel_tanque_{i,j} \leq combustivel_tanque_{i,j} * capacidade_j \quad \text{para todo } i = 1 \dots m \\ \text{para todo } j = 1 \dots n$$

- A quantidade total transportada de cada tipo de combustível deve ser menor ou igual à demanda do mesmo.

$$\sum_{j=1}^n qte_combustivel_tanque_{i,j} \leq demanda_i \quad \text{para todo } i = 1 \dots m$$

5.3 Função Objetivo

- Minimizar a demanda não atendida

$$\min \sum_{i=1}^m \left(demanda_i - \sum_{j=1}^n qte_combustivel_tanque_{i,j} \right)$$