



MC438/MC448 - ANÁLISE DE ALGORITMOS  
 IC – UNICAMP  
 1º Semestre de 2004

1. Dada a seqüência de números: 3 4 9 2 5 8 2 1 7 4 6 2 9 8 5 1, ordene-a em ordem não decrescente segundo os seguintes algoritmos, apresentando a seqüência obtida após cada passo do algoritmo:
  - (a) MergeSort
  - (b) QuickSort
  - (c) HeapSort
2. Para um dado problema caracterizado pelos parâmetros de entrada  $m$  e  $k$ , existem dois algoritmos. Um deles roda em tempo  $\mathcal{O}(k \log(m))$  e o outro roda em tempo  $\mathcal{O}(m \log(k))$ . Mostre como obter um terceiro algoritmo que resolva o problema em tempo  $\mathcal{O}(\min\{m, k\} \log(\max\{m, k\}))$ .
3. Obtenha um algoritmo recursivo para computar  $n^n$   $n \geq 1$ . O algoritmo deve ter complexidade  $T(n) = \mathcal{O}(\log n)$ .
4. Sabemos que os melhores algoritmos de ordenação com comparações têm complexidade  $\mathcal{O}(n \log n)$ . Contudo, estes algoritmos servem para ordenar vetores de  $n$  elementos. Usando como estrutura de dados lista ligada ao invés de vetor seria possível ordenar esta lista com complexidade menor que  $\mathcal{O}(n \log n)$ ?
5. João diz ter desenvolvido um algoritmo que é capaz de ordenar qualquer conjunto de  $n$  números reais, fazendo apenas  $\mathcal{O}(n^{\frac{3}{2}})$  comparações. Você compraria este algoritmo? Justifique.
6. Um amigo lhe diz que é capaz de ordenar qualquer conjunto de 6 números com no máximo 8 comparações. O seu amigo está falando a verdade ou mentindo? Justifique.
7. Projete e analise um algoritmo que determina o menor e o segundo menor elemento de um vetor de  $n$  inteiros distintos e que realiza menos do que  $2n - 3$  comparações no pior caso. Suponha que  $n$  é uma potência de 2 e que  $n \geq 8$ .
8. Dado um conjunto  $A$  de  $n$  números não negativos e um outro inteiro não negativo  $s$ , queremos encontrar dois elementos  $a_i$  e  $a_j$  de  $A$  tal que  $a_i + a_j = s$ . Um algoritmo trivial para esse problema é: calcule a soma de todos os possíveis pares de elementos de  $A$  e verifique se algum deles soma  $s$ . Perguntas:
  - (a) Qual a complexidade do algoritmo trivial?
  - (b) Proponha e analise um algoritmo mais rápido assintoticamente.
9. Dados um conjunto de  $n$  inteiros distintos e um inteiro positivo  $k \leq n$ :
  - (a) Proponha um algoritmo que imprime os  $k$  menores elementos do conjunto (em qualquer ordem) em tempo  $\mathcal{O}(n)$ .
  - (b) Suponha agora que queremos imprimir os  $k$  menores em ordem crescente. É ainda possível fazer isso em tempo  $\mathcal{O}(n)$  para quaisquer valores  $k \leq n$ ?
10. Dado um vetor com  $n$  elementos, projete um algoritmo linear para encontrar todos os elementos que se repetem pelo menos  $n/3$  vezes.
11. O algoritmo abaixo, reverte os elementos de um vetor  $v = (v_1, \dots, v_n)$  com  $n \geq 1$  elementos. Suponha que o passo  $Troca(v[i], v[f])$  usa tempo unitário.

```
Procedure Inverte(v,i,f)
  if  $i \leq f$  then
    Troca(v[i],v[f])
    Inverte(v,i+1,f-1)
```

Determine a relação de recorrência para  $T(n)$ , inclusive  $T(1)$  e  $T(2)$ . Considere como operação básica a troca entre os elementos do vetor.