$7^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios

MC448/438 — Análise de Algoritmos

Fábio Pakk Selmi-Dei

$2^{\underline{o}}$ Semestre de 2003

Exercícios

1. Prove ou disprove cada uma das afirmações abaixo:
   a) $f(n) + g(n) \in \Theta(max(f(n), g(n)))$.
   b) $f(n) + g(n) \in \Theta(min(f(n), g(n)))$.
   c) Se $g(n) \in o(f(n))$, então $f(n) + g(n) \in \Theta(f(n))$.

2. Seja $f(n) \in O(r(n))$ e $g(n) \in O(s(n))$, prove ou disprove as seguintes afirmações:
   a) $f(n) + g(n) \in O(r(n) + s(n))$.
   b) $f(n).g(n) \in O(r(n).s(n))$.
   c) $f(n) - g(n) \in O(r(n) - s(n))$.
   d) $f(n)/g(n) \in O(r(n)/s(n))$.

3. Prove que $\log(n!) \in O(n \log n)$ e que $n! \in o(n^n)$.

4. A função $\lceil \log n \rceil!$ é polinomialmente limitada?

Dicas:

- $O(g(n)) = \{f(n) : \exists c > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq f(n) \leq cg(n), \forall n \geq n_0\}$
- $\Omega(g(n)) = \{f(n) : \exists c > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq cg(n) \leq f(n), \forall n \geq n_0\}$
- $\Theta(g(n)) = \{f(n) : \exists c_1 > 0, \exists c_2 > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n), \forall n \geq n_0\}$
- $o(g(n)) = \{f(n) : \forall c > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq f(n) < cg(n), \forall n \geq n_0\}$
- $f(n) \in \omega(g(n))$ se e somente se $g(n) \in o(f(n))$.
- $f(n) \in o(g(n))$ se $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$.
- $f(n) \in O(g(n))$ se $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$.

- $f(n) \in \Theta(g(n))$ se $0 < \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty$
- $f(n) \in \Omega(g(n))$ se $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0$.
- $f(n) \in \omega(g(n))$ se $\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$.