6ª Lista de Exercícios

MC448/438 — Análise de Algoritmos

Fábio Pakk Selmi-Dei

2º Semestre de 2003

Exercícios

1. Seja P um polígono simples de n lados. Uma *diagonal* de P é um segmento de reta que liga dois vértices de P e está inteiramente contido em P. A *triangulação* de um polígono P é a sua decomposição em triângulos por um conjunto maximal de diagonais que não se interceptam. Em geral, triangulações não são únicas. Prove por indução forte a seguinte afirmação:
   Teorema 1: Todo polígono simples admite uma triangulação.

2. Prove por indução forte a seguinte afirmação:
   Teorema 2: O número de triângulos de qualquer triangulação de um polígono de n lados é $n-2$.

3. Prove ou disprove cada uma das afirmações abaixo:
   a) Se $f(n) \in O(g(n))$ então $g(n) \in O(f(n))$
   b) Se $f(n) \in O(g(n))$ então $g(n) \in \Omega(f(n))$
   c) Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \in O(f(n))$ então $f(n) \in \Theta(g(n))$
   d) Se $f(n) \in O(g(n))$ e $g(n) \notin O(f(n))$ então $f(n) \in o(g(n))$
   e) Se $f(n) \in o(g(n))$ então $f(n) \in O(g(n))$
   f) Se $f(n) \in O(g(n))$ então $f(n) \in o(g(n))$
   g) $o(f(n)) \cap \omega(f(n)) \neq \emptyset$

Dicas:

- $O(g(n)) = \{f(n) : \exists c > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq f(n) \leq cg(n), \forall n \geq n_0\}$
- $\Omega(g(n)) = \{f(n) : \exists c > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq cg(n) \leq f(n), \forall n \geq n_0\}$
- $\Theta(g(n)) = \{f(n) : \exists c_1 > 0, \exists c_2 > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n), \forall n \geq n_0\}$
- $o(g(n)) = \{f(n) : \forall c > 0, \exists n_0 > 0 \mid 0 \leq f(n) < cg(n), \forall n \geq n_0\}$

- $f(n) \in \omega(g(n))$ se e somente se $g(n) \in o(f(n))$.