

20ª Lista de Exercícios

MC448/438 — Análise de Algoritmos

Fábio Pakk Selmi-Dei

2º Semestre de 2003

Exercícios

1. O *quadrado* de um grafo orientado $G = (V, E)$ é o grafo $G^2 = (V, E^2)$ tal que $(u, w) \in E^2$ se e somente se, para algum $v \in V$, ambos $(u, v) \in E$ e $(v, w) \in E$. Isto é, G^2 contém uma aresta entre v e w se e somente se existe um caminho em G , entre u e w , com comprimento de exatamente duas arestas. Descreva um algoritmo eficiente para calcular G^2 a partir de G , representado tanto pela matriz de adjacências como pela lista de adjacências. Analise o tempo de execução dos seus algoritmos.
2. Quando um grafo é representado por uma matriz de adjacências, a maioria dos algoritmos em grafos requer $\Theta(V^2)$, mas há algumas exceções. Mostre que determinar se um grafo orientado tem um sorvedouro - um vértice com grau de entrada $|V| - 1$ e grau de saída 0 - pode ser determinado em tempo $O(V)$, mesmo que uma matriz de adjacência seja usada para representar o grafo.
3. A *matrix de incidência* de um grafo orientado $G = (V, E)$ é uma matriz $B_{|V| \times |E|} = (b_{ij})$ tal que:

$$b_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{se a aresta } j \text{ sai do vértice } i \\ 1 & \text{se a aresta } j \text{ entra no vértice } i \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Descreva o que as entradas da matriz BB^T representam, onde B^T é a transposta da matriz B .