

2ª Lista de Exercícios

MC448/438 — Análise de Algoritmos

Fábio Pakk Selmi-Dei

2º Semestre de 2003

Exercícios

1. Prove por contradição que $\sqrt{2}$ é irracional.
Dica: Um número é racional se puder se escrito na forma $\frac{a}{b}$ onde $a, b \in \mathbb{Z}$ e $\text{mdc}(a,b)=1$.
2. Prove por indução que, para $a \neq 0$, $\sum_{i=0}^n a^i = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$.
3. Prove por indução que a soma dos elementos da i -ésima linha do Triângulo de Pascal é 2^{i-1} .
Dica: Seja $T(i, j)$ o valor do j -ésimo elemento do i -ésima linha do Triângulo de Pascal, sabemos que:

$$T(i, j) = T(i - 1, j) + T(i - 1, j - 1)$$

Pergunta: Qual tipo de indução que você utilizou (forte ou fraca)?

4. Um polígono é convexo se os segmentos de reta que ligam dois pontos quaisquer de seu interior estão inteiramente contidos no polígono. Prove por indução que a soma dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados é $(n - 2)180^\circ$, $n \geq 3$.
5. O *princípio da casa do pombo* afirma que, ao acomodarmos mais de n pombos em n casinhas de pombos, pelo menos uma casinha acomodará pelo menos dois pombos. Use o princípio da casa do pombo para provar que em um conjunto de 700 números inteiros arbitrários, sempre existem pelo menos dois inteiros x e y tais que $463|(x - y)$, ou seja, a diferença $(x - y)$ é divisível por 463.
Dica: Calcule o resto da divisão de cada um dos 700 números por 463. Quantos são os possíveis resultados?