

# Algoritmos e Programação de Computadores

Instituto de Computação

UNICAMP

Primeiro Semestre de 2013

# Roteiro

- 1 O problema de busca
- 2 Busca sequencial
- 3 Busca binária
- 4 Questões sobre eficiência
- 5 Exercícios

# O problema de busca

- Vamos estudar alguns algoritmos para o seguinte problema:

Seja uma coleção de elementos, em que cada elemento possui um identificador único. Devemos encontrar o elemento da coleção que possui o mesmo identificador de uma dada chave de busca ou verificar que não existe nenhum elemento na coleção com a chave dada.

- Nos nossos exemplos, usaremos um vetor de inteiros como a coleção.
  - ▶ O valor da chave será o próprio valor de cada elemento.
- Apesar de usarmos inteiros, os algoritmos servem para buscar elementos em qualquer coleção de elementos que possuam chaves que possam ser comparadas.

# O problema de busca

- O problema de busca é um dos mais básicos na área de Computação e possui diversas aplicações.
  - ▶ Suponha que temos um cadastro com registros de motoristas.
  - ▶ Um vetor de registros é usado para armazenar as informações dos motoristas. Podemos usar como chave o número da carteira de motorista, o RG ou o CPF.
- Estudaremos algoritmos simples para realizar a busca assumindo que os dados estão em um vetor.
- Em disciplinas mais avançadas, estruturas de dados e algoritmos mais complexos serão estudados para armazenar e buscar elementos.

# O problema de busca

- Nos nossos exemplos vamos criar a função:
  - ▶ `int busca(int vet[], int n, int chave)`, que recebe um vetor com um determinado tamanho  $n$  e uma chave para busca.
  - ▶ A função deve retornar o índice do vetor que contém a chave ou  $-1$  caso a chave não esteja no vetor.

## O problema de busca

chave = 45      n = 10

vet	20	5	15	24	67	45	1	76	21	11
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

chave = 100      n = 10

vet	20	5	15	24	67	45	1	76	21	11
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

No exemplo superior, a função deve retornar 5, enquanto no exemplo inferior a função deve retornar  $-1$ .

# Busca sequencial

A busca sequencial é o algoritmo mais simples de busca:

- Percorra todo o vetor comparando a chave com o valor do elemento de cada posição.
- Se a chave for igual a algum valor, então retorne a posição correspondente no vetor.
- Se o vetor todo foi percorrido e a chave não for encontrada, então retorne o valor  $-1$ .

# Busca sequencial

```
int buscaSequencial(int vet[], int n, int chave) {  
    int i;  
  
    for (i = 0; i < n; i++) {  
        if (vet[i] == chave)  
            return i;  
    }  
  
    return -1;  
}
```



# Busca sequencial

```
#include <stdio.h>

int buscaSequencial(int vet[], int n, int chave) {
    int i;
    for (i = 0; i < n; i++) {
        if (vet[i] == chave)
            return i;
    }
    return -1;
}

int main() {
    int pos, vet[] = {20, 5, 15, 24, 67, 45, 1, 76, 21, 11};

    pos = buscaSequencial(vet, 10, 45);
    if (pos != -1) printf("Posicao da chave 45 no vetor: %d\n", pos);
    else printf("A chave 45 nao encontra-se no vetor!\n");

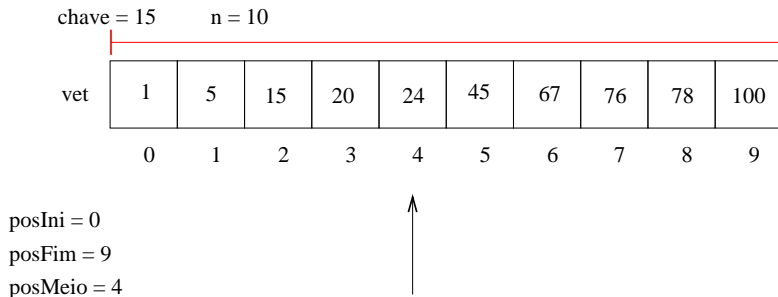
    pos = buscaSequencial(vet, 10, 100);
    if (pos != -1) printf("Posicao da chave 100 no vetor: %d\n", pos);
    else printf("A chave 100 nao encontra-se no vetor!\n");

    return 0;
}
```

# Busca binária

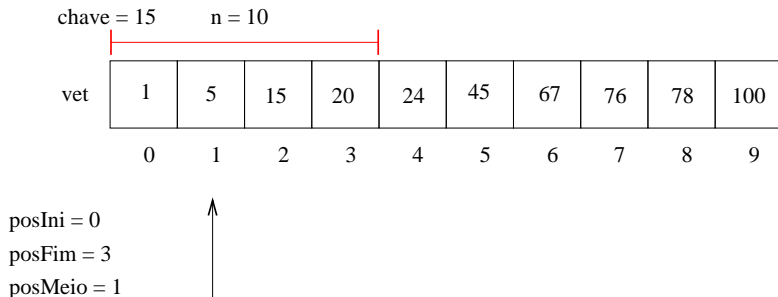
- A busca binária é um algoritmo mais eficiente, entretanto, requer que o vetor esteja ordenado pelos valores da chave de busca.
- A ideia do algoritmo é a seguinte (assuma que o vetor está ordenado):
  - ▶ Verifique se a chave de busca é igual ao valor da posição do meio do vetor.
  - ▶ Caso seja igual, devolva esta posição.
  - ▶ Caso o valor desta posição seja maior, então repita o processo mas considere que o vetor tem metade do tamanho, indo até a posição anterior a do meio.
  - ▶ Caso o valor desta posição seja menor, então repita o processo mas considere que o vetor tem metade do tamanho e inicia na posição seguinte a do meio.

# Busca binária



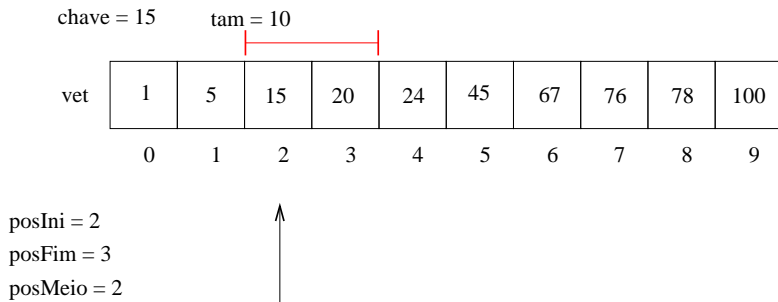
Como o valor da posição do meio é maior do que a chave, atualizamos posFim do vetor considerado.

# Busca binária



Como o valor da posição do meio é menor do que a chave, atualizamos posIni do vetor considerado.

# Busca binária



Finalmente, encontramos a chave na posição do meio do trecho do vetor ainda considerado e devolvemos a sua posição.

# Busca binária

```
buscaBinaria(vet, n, chave)
```

```
    posIni = 1
```

```
    posFim = n
```

```
    enquanto posIni <= PosFim:
```

```
        posMeio = (posIni + posFim) div 2
```

```
        Se vet[posMeio] = chave então
```

```
            retorne posMeio
```

```
        Se vet[posMeio] > chave então
```

```
            posFim = posMeio - 1
```

```
        Se vet[posMeio] < chave então
```

```
            posIni = posMeio + 1
```

```
    retorne 0
```

# Busca binária

```
int buscaBinaria(int vet[], int n, int chave) {
    int posIni = 0, posFim = n - 1, posMeio;

    /* enquanto o trecho do vetor considerado tiver pelo menos um elemento */
    while (posIni <= posFim) {
        posMeio = (posIni + posFim) / 2;

        if (vet[posMeio] == chave)
            return posMeio;
        else if (vet[posMeio] > chave)
            posFim = posMeio - 1;
        else
            posIni = posMeio + 1;
    }

    return -1;
}
```

# Busca binária

```
int main() {
    int vet[] = {20, 5, 15, 24, 67, 45, 1, 76, 78, 100};
    int pos, i;

    /* antes de usar a busca devemos ordenar o vetor */
    insertionSort(vet, 10);

    printf("Vetor Ordenado:\n");
    for (i = 0; i < 10; i++)
        printf("%d, ", vet[i]);
    printf("\n");

    pos = buscaBinaria(vet, 10, 15);
    if (pos != -1)
        printf("Posicao da chave 15 no vetor: %d\n", pos);
    else
        printf("A chave 15 nao encontra-se no vetor!\n");

    return 0;
}
```



# Eficiência dos algoritmos

Podemos medir a eficiência de um algoritmo analisando a quantidade de recursos (tempo, memória, banda de rede, etc.) que o algoritmo usa para resolver o problema para o qual foi proposto.

- A forma mais simples é medir a eficiência em relação ao tempo. Para isso, analisamos quantas instruções um algoritmo usa para resolver o problema.
- Podemos fazer uma análise simplificada dos algoritmos de busca analisando a quantidade de vezes que os algoritmos fazem acesso a uma posição do vetor.

# Eficiência da busca sequencial

- Na melhor das hipóteses, a chave de busca estará na posição 0. Portanto, teremos um único acesso em  $\text{vet}[0]$ .
- Na pior das hipóteses, a chave é o último elemento ou não pertence ao vetor  $e$ , portanto, faremos acesso a todas as  $n$  posições do vetor.
- É possível mostrar que, se as chaves possuírem a mesma probabilidade de serem requisitadas, o número médio de acessos nas buscas cujas chaves encontram-se no vetor será igual a:

$$\frac{n + 1}{2}$$

## Eficiência da busca binária

- Na melhor das hipóteses, a chave de busca estará na posição do meio do vetor. Portanto, teremos um único acesso.
- Na pior das hipóteses, teremos  $(\log_2 n)$  acessos.
  - ▶ Para observar isso, note que, a cada verificação de uma posição do vetor, o tamanho do vetor considerado é dividido pela metade. No pior caso, repetiremos a busca até o vetor considerado ter tamanho 1. Assim, o número de acessos  $x$  pode ser encontrado resolvendo-se a equação:

$$\frac{n}{2^x} = 1$$

cuja solução é  $x = \log_2 n$ .

- É possível mostrar que, se as chaves possuírem a mesma probabilidade de serem requisitadas, o número médio de acessos nas buscas cujas chaves encontram-se no vetor será igual a:

$$(\log_2 n) - 1$$

# Eficiência dos algoritmos

Para se ter uma ideia da diferença de eficiência dos dois algoritmos, considere um vetor com um milhão de itens ( $10^6$  itens).

- Com a busca sequencial, para buscar um elemento qualquer do vetor necessitaremos, na média, de

$$(10^6 + 1)/2 \approx 500000 \text{ acessos.}$$

- Com a busca binária, para buscar um elemento qualquer do vetor teremos que fazer, na média,

$$(\log_2 10^6) - 1 \approx 19 \text{ acessos.}$$

# Eficiência dos algoritmos

Uma ressalva importante deve ser feita: para utilizar a busca binária, o vetor precisa estar ordenado!

- Se você tiver um cadastro onde vários itens são removidos e inseridos com frequência e a busca deve ser feita de forma intercalada com essas operações, então a busca binária pode não ser a melhor opção, já que você precisará ficar mantendo o vetor ordenado.
- Caso o número de buscas seja muito maior que as demais operações de atualização do cadastro, então a busca binária pode ser uma boa opção.

# Exercícios

- Refaça as funções de busca sequencial e busca binária assumindo que o vetor possui chaves que podem ocorrer múltiplas vezes no vetor. Neste caso, você deve retornar, em um outro vetor, todas as posições onde a chave foi encontrada. Protótipo:  

```
int busca(int vet[], int n, int chave, int posicoes[]);
```
- Sua função deve retornar o número de ocorrências da chave no vetor e, para cada uma destas ocorrências, indicar no vetor `posicoes[]`, as posições de `vet` que possuem a chave.
  - ▶ Observação: Na chamada desta função, o vetor `posicoes` deve ter espaço suficiente (`n`) para guardar todas as possíveis ocorrências.

# Exercícios

- Mostre como implementar uma variação da busca binária que retorne um inteiro  $k$  entre 0 e  $n$ , tal que, ou  $\text{vet}[k] = \text{chave}$ , ou a chave não se encontra no vetor, mas poderia ser inserida entre as posições  $(k-1)$  e  $k$  de forma a manter o vetor ordenado. Note que, se  $k = 0$ , então a chave deveria ser inserida antes da primeira posição do vetor, assim como, se  $k = n$ , a chave deveria ser inserida após a última posição do vetor.
- Use a função desenvolvida acima para, dado um vetor ordenado de  $n$  números inteiros e distintos e dois outros inteiros  $X$  e  $Y$ , retornar o número de chaves do vetor que são maiores ou iguais a  $X$  e menores ou iguais a  $Y$ .