Ordenação de Permutações por Operações de Tamanho Limitado

Guilherme Henrique Santos Miranda

21 de Fevereiro de 2019

Orientador: Prof. Zanoni Dias
Coorientadora: Profª. Carla Negri Lintzmayer

Instituto de Computação - Universidade Estadual de Campinas

Sumário

Introdução

Introdução

- Distância evolucionária.

Introdução

- Distância evolucionária.
- Rearranjos de genomas.

Introdução

- Distância evolucionária.
- Rearranjos de genomas.
- Distância de rearranjos.

Introdução

- Distância evolucionária.
- Rearranjos de genomas.
- Distância de rearranjos.
- Genomas como permutações.

Introdução

- Distância evolucionária.
- Rearranjos de genomas.
- Distância de rearranjos.
- Genomas como permutações.
- Distância de ordenação.

Definições

Definições

Permutações

- $\pi = (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \ldots \ \pi_n)$.

Definições

Permutações

- $\pi = (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \ldots \ \pi_n)$.
- $\pi_i \in \{-n, -(n-1), \ldots, -2, -1, +1, +2, \ldots, +(n-1), +n\}$.

Definições

Permutações

- $\pi = (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \ldots \ \pi_n)$.
- $\pi_i \in \{-n, -(n-1), \ldots, -2, -1, +1, +2, \ldots, +(n-1), +n\}$.
- $|\pi_i| \neq |\pi_j|$ para todo $1 \leq i < j \leq n$.

Definições

Permutações

- $\pi = (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \dots \ \pi_n)$.
- $\pi_i \in \{-n, -(n-1), \dots, -2, -1, +1, +2, \dots, +(n-1), +n\}$.
- $|\pi_i| \neq |\pi_j|$ para todo $1 \leq i < j \leq n$.
- $\iota_n = (1 \ \dots \ n)$.

Definições

Permutações

- $\pi = (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \ldots \ \pi_n)$.
- $\pi_i \in \{-n, -(n-1), \ldots, -2, -1, +1, +2, \ldots, +(n-1), +n\}$.
- $|\pi_i| \neq |\pi_j|$ para todo $1 \leq i < j \leq n$.
- $\iota_n = (1 \ \ldots \ n)$.

Exemplo

- Permutações sem Sinais: $\pi = (5 \ 2 \ 4 \ 1 \ 3)$

Definições

Permutações

- $\pi = (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3 \ \ldots \ \pi_n)$.
- $\pi_i \in \{-n, -(n-1), \ldots, -2, -1, +1, +2, \ldots, +(n-1), +n\}$.
- $|\pi_i| \neq |\pi_j|$ para todo $1 \leq i < j \leq n$.
- $\iota_n = (1 \ \ldots \ n)$.

Exemplo

- Permutações sem Sinais: $\pi = (5\ 2\ 4\ 1\ 3)$
- Permutações com Sinais: $\pi = (-5\ +2\ +4\ -1\ -3)$

Definições

Modelo de Rearranjo

- Define o conjunto de eventos permitidos para transformar uma permutação em outra.

Definições

Modelo de Rearranjo

- Define o conjunto de eventos permitidos para transformar uma permutação em outra.
- A distância entre π e σ considerando um modelo β é a menor sequência de eventos que transformam π em σ, denotada por $d_\beta(\pi, \sigma)$.

Definições

Modelo de Rearranjo

- Define o conjunto de eventos permitidos para transformar uma permutação em outra.
- A distância entre π e σ considerando um modelo β é a menor sequência de eventos que transformam π em σ, denotada por $d_\beta(\pi, \sigma)$.
- Ao representar um dos genomas como a permutação identidade, o problema é reduzido a distância de ordenação.

Definições

Modelo de Rearranjo

- Define o conjunto de eventos permitidos para transformar uma permutação em outra.
- A distância entre π e σ considerando um modelo β é a menor sequência de eventos que transformam π em σ, denotada por $d_\beta(\pi, \sigma)$.
- Ao representar um dos genomas como a permutação identidade, o problema é reduzido a distância de ordenação.

Eventos considerados

- Reversão.
- Transposição.

Reversão

Definição

- Uma reversão $\rho(i, j)$, com $1 \leq i \leq j \leq n$, reverte a ordem e inverte os sinais dos elementos $\{\pi_i, \ \ldots, \pi_j\}$.

Reversão

Definição

- Uma reversão $\rho(i, j)$, com $1 \leq i \leq j \leq n$, reverte a ordem e inverte os sinais dos elementos $\{\pi_i, \ \ldots, \pi_j\}$.

$$\pi = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \ldots \ \pi_j} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n)$$

Reversão

Definição

- Uma reversão $\rho(i, j)$, com $1 \leq i \leq j \leq n$, reverte a ordem e inverte os sinais dos elementos $\{\pi_i, \ \ldots, \pi_j\}$.

$$\pi = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \ldots \ \pi_j} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n)$$

$$\pi \circ \rho(i,j) = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{-\pi_j \ -\pi_{j-1} \ \ldots \ -\pi_{i+1} \ -\pi_i} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n)$$

Reversão

Definição

- Uma reversão $\rho(i,j)$, com $1 \leq i \leq j \leq n$, reverte a ordem e inverte os sinais dos elementos $\{\pi_i, \ \ldots, \pi_j\}$.

$$\pi = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \ldots \ \pi_j} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n)$$

$$\pi \circ \rho(i,j) = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{-\pi_j \ -\pi_{j-1} \ \ldots \ -\pi_{i+1} \ -\pi_i} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n)$$

- O tamanho de uma reversão é dado por $j - i + 1$.

Transposição

Definição

- Uma transposição $\tau(i, j, k)$, com $1 \leq i < j < k \leq n + 1$, troca as posições de dois blocos adjacentes.

Transposição

Definição

- Uma transposição $\tau(i, j, k)$, com $1 \leq i < j < k \leq n+1$, troca as posições de dois blocos adjacentes.

$$\pi = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \ldots \ \pi_{j-1}} \ \underline{\pi_j \ \ldots \ \pi_{k-1}} \ \pi_k \ \ldots \ \pi_n)$$

Transposição

Definição

- Uma transposição $\tau(i, j, k)$, com $1 \leq i < j < k \leq n+1$, troca as posições de dois blocos adjacentes.

$$\pi = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \ldots \ \pi_{j-1}} \ \underline{\pi_j \ \ldots \ \pi_{k-1}} \ \pi_k \ \ldots \ \pi_n)$$

$$\pi \circ \tau(i, j, k) = (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_j \ \ldots \ \pi_{k-1}} \ \underline{\pi_i \ \ldots \ \pi_{j-1}} \ \pi_k \ \ldots \ \pi_n)$$

Transposição

Definição

- Uma transposição $\tau(i, j, k)$, com $1 \leq i < j < k \leq n+1$, troca as posições de dois blocos adjacentes.

$$\pi = (\pi_1 \ \dots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \dots \ \pi_{j-1}} \ \underline{\pi_j \ \dots \ \pi_{k-1}} \ \pi_k \ \dots \ \pi_n)$$

$$\pi \circ \tau(i, j, k) = (\pi_1 \ \dots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_j \ \dots \ \pi_{k-1}} \ \underline{\pi_i \ \dots \ \pi_{j-1}} \ \pi_k \ \dots \ \pi_n)$$

- O tamanho de uma transposição é dado por $k - i$.

Abordagem Tradicional

- A abordagem tradicional para os problemas de ordenação por rearranjos considera rearranjos de qualquer tamanho.

Abordagem Tradicional

- A abordagem tradicional para os problemas de ordenação por rearranjos considera rearranjos de qualquer tamanho.
- A maioria desses problemas estão na classe de problemas NP-Difícil.

Abordagem Tradicional

Permutações	Modelo de Rearranjo	Complexidade	Melhor Resultado
Sem Sinais	Reversões	NP-Difícil [3]	1.375-aproximação [1]
Com Sinais		Polinomial [5]	Tempo $O(n^{\frac{3}{2}})$ [10]
Sem Sinais	Transposições	NP-Difícil [2]	1.375-aproximação [4]
Sem Sinais	Reversões e Transposições	?	2α-aproximação [9]
Com Sinais		?	2-aproximação [11]

Tabela 1: Estado da arte para problemas de ordenação de permutações.

Operações de Tamanho Limitado

- Há evidências que mostram que rearranjos de genomas envolvendo grandes segmentos de um genoma raramente ocorrem [6].

Operações de Tamanho Limitado

- Há evidências que mostram que rearranjos de genomas envolvendo grandes segmentos de um genoma raramente ocorrem [6].
- Dada uma constante λ:

Operações de Tamanho Limitado

- Há evidências que mostram que rearranjos de genomas envolvendo grandes segmentos de um genoma raramente ocorrem [6].
- Dada uma constante λ:
  - Uma reversão $\rho(i, j)$ é uma λ-reversão se $j - i + 1 \leq \lambda$.

Operações de Tamanho Limitado

- Há evidências que mostram que rearranjos de genomas envolvendo grandes segmentos de um genoma raramente ocorrem [6].
- Dada uma constante λ:
  - Uma reversão $\rho(i, j)$ é uma λ-reversão se $j - i + 1 \leq \lambda$.
  - Uma transposição $\tau(i, j, k)$ é uma λ-transposição se $k - i \leq \lambda$.

Operações de Tamanho Limitado

- Há evidências que mostram que rearranjos de genomas envolvendo grandes segmentos de um genoma raramente ocorrem [6].
- Dada uma constante λ:
  - Uma reversão $\rho(i, j)$ é uma λ-reversão se $j - i + 1 \leq \lambda$.
  - Uma transposição $\tau(i, j, k)$ é uma λ-transposição se $k - i \leq \lambda$.
  - Uma permutação π é uma λ-permutação se $||\pi_i| - i| < \lambda$ para todo $1 \leq i \leq n$.
- Problema 1: Ordenação de Permutações por λ-Operações.

Operações de Tamanho Limitado

- Há evidências que mostram que rearranjos de genomas envolvendo grandes segmentos de um genoma raramente ocorrem [6].
- Dada uma constante λ:
  - Uma reversão $\rho(i, j)$ é uma λ-reversão se $j - i + 1 \leq \lambda$.
  - Uma transposição $\tau(i, j, k)$ é uma λ-transposição se $k - i \leq \lambda$.
  - Uma permutação π é uma λ-permutação se $||\pi_i| - i| < \lambda$ para todo $1 \leq i \leq n$.
- Problema 1: Ordenação de Permutações por λ-Operações.
- Problema 2: Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações.

Breakpoints, inversões e entropia

Breakpoints

Definições

- Permutação estendida: $(0\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_3\ \dots\ \pi_n\ n+1)$.

Breakpoints

Definições

- Permutação estendida: $(0\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_3\ \ldots\ \pi_n\ n+1)$.
- Para $\beta \in \{r, rt\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $|\pi_{i+1} - \pi_i| \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.

Breakpoints

Definições

- Permutação estendida: $(0\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_3\ \dots\ \pi_n\ n+1)$.
- Para $\beta \in \{r, rt\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $|\pi_{i+1} - \pi_i| \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- Para $\beta \in \{\bar{r}, t, \bar{r}t\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $\pi_{i+1} - \pi_i \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.

Breakpoints

Definições

- Permutação estendida: $(0\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_3\ \dots\ \pi_n\ n+1)$.
- Para $\beta \in \{r, rt\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $|\pi_{i+1} - \pi_i| \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- Para $\beta \in \{\bar{r}, t, \bar{r}t\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $\pi_{i+1} - \pi_i \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- O número de *breakpoints* em π é denotado por $b(\pi)$.

Breakpoints

Definições

- Permutação estendida: $(0\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_3\ \ldots\ \pi_n\ n+1)$.
- Para $\beta \in \{r, rt\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $|\pi_{i+1} - \pi_i| \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- Para $\beta \in \{\bar{r}, t, \bar{r}t\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $\pi_{i+1} - \pi_i \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- O número de *breakpoints* em π é denotado por $b(\pi)$.
- $b(\iota_n) = 0$.

Breakpoints

Definições

- Permutação estendida: $(0\ \pi_1\ \pi_2\ \pi_3\ \ldots\ \pi_n\ n+1)$.
- Para $\beta \in \{r, rt\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $|\pi_{i+1} - \pi_i| \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- Para $\beta \in \{\bar{r}, t, \bar{r}t\}$, um *breakpoint* existe entre um par de elementos π_i e π_{i+1} se $\pi_{i+1} - \pi_i \neq 1$ para $0 \leq i \leq n$.
- O número de *breakpoints* em π é denotado por $b(\pi)$.
- $b(\iota_n) = 0$.

Exemplo considerando $\beta \in \{r, rt\}$

$$\pi = (0 \cdot 2\ 1 \cdot 4\ 5 \cdot 3 \cdot 6)$$

$$b(\pi) = 4$$

Breakpoints

Lema 1

Para toda permutação (com ou sem sinais) π *e* $\lambda \geq 2$, *temos* $d_{\beta}^{\lambda}(\pi) \geq \frac{b(\pi)}{2}$ *e* $d_{\beta'}^{\lambda}(\pi) \geq \frac{b(\pi)}{3}$, *para* $\beta \in \{r, \bar{r}\}$ *e* $\beta' \in \{t, rt, \bar{r}t\}$.

Corolário 1

Para toda λ*-permutação (com ou sem sinais)* π *e* $\lambda \geq 2$, *temos* $d_{\beta}^{\lambda *}(\pi) \geq \frac{b(\pi)}{2}$ *e* $d_{\beta'}^{\lambda *}(\pi) \geq \frac{b(\pi)}{3}$, *para* $\beta \in \{r, \bar{r}\}$ *e* $\beta' \in \{t, rt, \bar{r}t\}$.

Inversões

Definições

- Uma inversão é um par de elementos (π_i, π_j) tal que $i < j$ e $|\pi_i| > |\pi_j|$.

Inversões

Definições

- Uma inversão é um par de elementos (π_i, π_j) tal que $i < j$ e $|\pi_i| > |\pi_j|$.
- O número de inversões em π é denotado por $\mathrm{Inv}(\pi)$.

Inversões

Definições

- Uma inversão é um par de elementos (π_i, π_j) tal que $i < j$ e $|\pi_i| > |\pi_j|$.
- O número de inversões em π é denotado por $\mathrm{Inv}(\pi)$.
- $\mathrm{Inv}(\iota_n) = 0$.

Inversões

Definições

- Uma inversão é um par de elementos (π_i, π_j) tal que $i < j$ e $|\pi_i| > |\pi_j|$.
- O número de inversões em π é denotado por $\mathrm{Inv}(\pi)$.
- $\mathrm{Inv}(\iota_n) = 0$.

Exemplo

$$\pi \;=\; (2\ 1\ 4\ 5\ 3)$$

Inversões: $(2, 1), (4, 3), (5, 3)$

Inversões

Definições

- Uma inversão é um par de elementos (π_i, π_j) tal que $i < j$ e $|\pi_i| > |\pi_j|$.
- O número de inversões em π é denotado por $\mathrm{Inv}(\pi)$.
- $\mathrm{Inv}(\iota_n) = 0$.

Exemplo

$$\pi = (2\ 1\ 4\ 5\ 3)$$

Inversões: $(2, 1), (4, 3), (5, 3)$

Lema 2

Para toda permutação sem sinais π e $\lambda \geq 2$, temos $d_\beta^\lambda(\pi) \geq \frac{\mathrm{Inv}(\pi)}{\lambda(\lambda-1)/2}$ e $d_\beta^{\lambda*}(\pi) \geq \frac{\mathrm{Inv}(\pi)}{\lambda(\lambda-1)/2}$, para $\beta \in \{r, rt, t\}$.

Entropia

Definições

- A entropia de um elemento π_i é dada por $\mathrm{ent}(\pi_i) = ||\pi_i| - i|$

Entropia

Definições

- A entropia de um elemento π_i é dada por $\mathrm{ent}(\pi_i) = ||\pi_i| - i|$
- $E_\pi^{even^-}$ é o conjunto de elementos negativos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é par.

Entropia

Definições

- A entropia de um elemento π_i é dada por $\mathrm{ent}(\pi_i) = ||\pi_i| - i|$
- $E_{\pi}^{even^-}$ é o conjunto de elementos negativos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é par.
- $E_{\pi}^{odd^+}$ é o conjunto de elementos positivos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é ímpar.

Entropia

Definições

- A entropia de um elemento π_i é dada por $\mathrm{ent}(\pi_i) = ||\pi_i| - i|$
- $E_{\pi}^{even^-}$ é o conjunto de elementos negativos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é par.
- $E_{\pi}^{odd^+}$ é o conjunto de elementos positivos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é ímpar.
- $\mathrm{Inv}(\iota_n) + |E_{\iota_n}^{even^-}| + |E_{\iota_n}^{odd^+}| = 0$.

Entropia

Definições

- A entropia de um elemento π_i é dada por $\mathrm{ent}(\pi_i) = ||\pi_i| - i|$
- $E_\pi^{even^-}$ é o conjunto de elementos negativos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é par.
- $E_\pi^{odd^+}$ é o conjunto de elementos positivos em π tais que $\mathrm{ent}(\pi_i)$ é ímpar.
- $\mathrm{Inv}(\iota_n) + |E_{\iota_n}^{even^-}| + |E_{\iota_n}^{odd^+}| = 0$.

Exemplo

$$\pi = (-4\ {+3}\ {-1}\ {-2}\ {+5})$$

$$E_\pi^{even^-} = \{-1, -2\}, \text{ pois } \mathrm{ent}(-1) = \mathrm{ent}(-2) = 2$$

$$E_\pi^{odd^+} = \{+3\}, \text{ pois } \mathrm{ent}(+3) = 1$$

Inversões e Entropia

Definições

- Pontuação de inversões de uma λ-operação σ sobre uma permutação (ou λ-permutação) com sinais:
  $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) = (\mathrm{Inv}(\pi) + |E_{\pi}^{even^-}| + |E_{\pi}^{odd^+}|) - (|\mathrm{Inv}(\pi \circ \sigma)| + |E_{\pi \circ \sigma}^{even^-}| + |E_{\pi \circ \sigma}^{odd^+}|)$.

Inversões e Entropia

Definições

- Pontuação de inversões de uma λ-operação σ sobre uma permutação (ou λ-permutação) com sinais: $\mathrm{score}_{inv}(\pi,\sigma) = (\mathrm{Inv}(\pi) + |E_{\pi}^{even^-}| + |E_{\pi}^{odd^+}|) - (|\mathrm{Inv}(\pi \circ \sigma)| + |E_{\pi\circ\sigma}^{even^-}| + |E_{\pi\circ\sigma}^{odd^+}|)$.

Lema 3

Para qualquer permutação π e λ-operação σ, temos que $\mathrm{score}_{inv}(\pi,\sigma) \leq \lambda\frac{(\lambda-1)}{2} + \lambda$.

Inversões e Entropia

Definições

- Pontuação de inversões de uma λ-operação σ sobre uma permutação (ou λ-permutação) com sinais:
  $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) = (\mathrm{Inv}(\pi) + |E_{\pi}^{even^{-}}| + |E_{\pi}^{odd^{+}}|) - (|\mathrm{Inv}(\pi \circ \sigma)| + |E_{\pi\circ\sigma}^{even^{-}}| + |E_{\pi\circ\sigma}^{odd^{+}}|)$.

Lema 3

Para qualquer permutação π e λ-operação σ, temos que $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) \leq \lambda\frac{(\lambda-1)}{2} + \lambda$.

Corolário 2

Para toda permutação com sinais π e todo $\lambda \geq 2$, temos $d_{\beta}^{\lambda}(\pi) \geq 2\left(\frac{\mathrm{Inv}(\pi)+|E_{\pi}^{even^{-}}|+|E_{\pi}^{odd^{+}}|}{\lambda(\lambda-1)+2\lambda}\right)$ e $d_{\beta}^{\lambda*}(\pi) \geq 2\left(\frac{\mathrm{Inv}(\pi)+|E_{\pi}^{even^{-}}|+|E_{\pi}^{odd^{+}}|}{\lambda(\lambda-1)+2\lambda}\right)$, para $\beta \in \{\bar{r}, \bar{r}t\}$.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma permutação.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma permutação.
- Saída: número de operações aplicadas.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma permutação.
- Saída: número de operações aplicadas.

Resultados

- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ grandes.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma permutação.
- Saída: número de operações aplicadas.

Resultados

- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ grandes.
- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ pequenos.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma permutação.
- Saída: número de operações aplicadas.

Resultados

- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ grandes.
- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ pequenos.
    - Baseados em inversões, em entropia ou em inversões e entropia.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma permutação com o número mínimo de λ-operações.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma permutação.
- Saída: número de operações aplicadas.

Resultados

- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ grandes.
- Algoritmos de aproximação com melhores fatores para valores de λ pequenos.
    - Baseados em inversões, em entropia ou em inversões e entropia.
- Análise dos fatores de aproximação dos algoritmos na prática.

Resultados

Permutações	Modelo de Rearranjo	Fator de Aproximação	Teoremas (resp.)
Com Sinais	λ-Reversões	$O((\frac{n}{\lambda})^2)$ e $O(\lambda^2)$	1 e 7
Sem Sinais		$O((\frac{n}{\lambda})^2)$ e $O(\lambda^2)$	2 e 6
Sem Sinais	λ-Transposições	$O((\frac{n}{\lambda})^2)$ e $O(\lambda^2)$	3 e 6
Com Sinais	λ-Reversões e λ-Transposições	$O((\frac{n}{\lambda})^2)$ e $O(\lambda^2)$	5 e 7
Sem Sinais		$O(\alpha(\frac{n}{\lambda})^2)$ e $O(\lambda^2)$	4 e 6

Tabela 2: Resultados apresentados para problemas de Ordenação de Permutações por λ-Operações. No problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições, α é o fator de aproximação do algoritmo de decomposição de ciclos para grafos de *breakpoints*.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

- Ideia geral: reduzir o problema de Ordenação de Permutações por λ-Operações para Ordenação de Permutações por Reversões e/ou Transposições.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

- Ideia geral: reduzir o problema de Ordenação de Permutações por λ-Operações para Ordenação de Permutações por Reversões e/ou Transposições.
  - Trocando cada reversão $\rho(i, j)$ com $j - i + 1 > \lambda$ por uma sequência de λ-reversões.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

- Ideia geral: reduzir o problema de Ordenação de Permutações por λ-Operações para Ordenação de Permutações por Reversões e/ou Transposições.
  - Trocando cada reversão $\rho(i, j)$ com $j - i + 1 > \lambda$ por uma sequência de λ-reversões.
  - Trocando cada transposição $\tau(i, j, k)$ com $k - i > \lambda$ por uma sequência de λ-transposições.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

- No máximo $\frac{q(q+1)}{2}$ λ-reversões são necessárias para obter o efeito de uma reversão $\rho(i,j)$ com $j - i + 1 > \lambda$, onde $q = \left\lceil \frac{j-i+1}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

- No máximo $\frac{q(q+1)}{2}$ λ-reversões são necessárias para obter o efeito de uma reversão $\rho(i,j)$ com $j-i+1>\lambda$, onde $q=\left\lceil\frac{j-i+1}{\lfloor\lambda/2\rfloor}\right\rceil$.
- No máximo $\left\lceil\frac{j-i}{\lceil\lambda/2\rceil}\right\rceil\left\lceil\frac{k-j}{\lfloor\lambda/2\rfloor}\right\rceil$ λ-transposições são necessárias para obter o efeito de uma transposição $\tau(i,j,k)$ com $k-i>\lambda$.

Exemplo

Obter $\pi = (2\ 1\ 4\ 5\ 3\ 6\ 8\ 7) \circ \rho(1,8) = (7\ 8\ 6\ 3\ 5\ 4\ 1\ 2)$ com 4-reversões.

$$
\begin{aligned}
\pi &= (\underline{2\ 1\ 4\ 5}\ 3\ 6\ 8\ 7) \circ \rho(1,4)\\
\pi^1 &= (5\ 4\ \underline{1\ 2\ 3\ 6}\ 8\ 7) \circ \rho(3,6)\\
\pi^2 &= (5\ 4\ 6\ 3\ \underline{2\ 1\ 8\ 7}) \circ \rho(5,8)\\
\pi^3 &= (\underline{5\ 4\ 6\ 3}\ 7\ 8\ 1\ 2) \circ \rho(1,4)\\
\pi^4 &= (3\ 6\ \underline{4\ 5\ 7\ 8}\ 1\ 2) \circ \rho(3,6)\\
\pi^5 &= (\underline{3\ 6\ 8\ 7}\ 5\ 4\ 1\ 2) \circ \rho(1,4)\\
\pi^6 &= (7\ 8\ 6\ 3\ 5\ 4\ 1\ 2)
\end{aligned}
$$

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 1

O problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ*-Reversões tem um algoritmo de aproximação com fator* $0.6875p(p+1)$, *onde* $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 1

O problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ*-Reversões tem um algoritmo de aproximação com fator* $0.6875p(p+1)$*, onde* $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Corolário 3

O problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ*-Reversões tem um algoritmo de aproximação com fator 8.25 para todo* $n > 3$ *e* $\lambda > \lceil n/2 \rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 2

O problema de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões tem um algoritmo de aproximação com fator $\frac{p(p+1)}{2}$, onde $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 2

O problema de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões tem um algoritmo de aproximação com fator $\frac{p(p+1)}{2}$, onde $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Corolário 4

O problema de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões tem um algoritmo de aproximação com fator 6 para todo $n > 3$ e $\lambda > \lceil n/2 \rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 3

O problema de Ordenação de Permutações por λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator $1.375\left\lceil \frac{\lceil n/2 \rceil}{\lceil \lambda/2 \rceil} \right\rceil \left\lceil \frac{\lfloor n/2 \rfloor}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 3

O problema de Ordenação de Permutações por λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator $1.375\left\lceil \frac{\lceil n/2 \rceil}{\lceil \lambda/2 \rceil} \right\rceil \left\lceil \frac{\lfloor n/2 \rfloor}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Corolário 5

O problema de Ordenação de Permutações por λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator 5.5 *para todo* $n > 3$ *e* $\lambda > \lceil n/2 \rceil$.

Teorema 4

O problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições tem um algoritmo com fator de aproximação $\alpha\, p(p+1)$, onde α é o fator de aproximação do algoritmo de decomposição de ciclos para grafos de breakpoint e $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 4

O problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições tem um algoritmo com fator de aproximação $\alpha\, p(p+1)$, onde α é o fator de aproximação do algoritmo de decomposição de ciclos para grafos de breakpoint e $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Corolário 6

O problema de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator 12α para todo $n > 3$ e $\lambda > \lceil n/2 \rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 5

O problema de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator $p(p+1)$, onde $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Algoritmos de Aproximação para Valores Grandes de λ

Teorema 5

O problema de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator $p(p+1)$, onde $p = \left\lceil \frac{n}{\lfloor \lambda/2 \rfloor} \right\rceil$.

Corolário 7

O problema de Ordenação de Permutações por λ-Reversões e λ-Transposições tem um algoritmo de aproximação com fator 12 para todo $n > 3$ e $\lambda > \lceil n/2 \rceil$.

Algoritmos Baseados em Inversões para Permutações sem Sinais

Lema 4

Para todas permutações π *tais que* $\mathrm{Inv}(\pi) > 0$ *existe uma inversão* (π_i, π_{i+1}).

Algoritmos Baseados em Inversões para Permutações sem Sinais

Lema 4

Para todas permutações π *tais que* $\mathrm{Inv}(\pi) > 0$ *existe uma inversão* (π_i, π_{i+1}).

Teorema 6

Existe algoritmo de $\frac{\lambda(\lambda-1)}{2}$*-aproximação para os problemas de Ordenação de Permutações sem Sinais por* λ*-Reversões, por* λ*-Transposições e por* λ*-Reversões e* λ*-Transposições.*

Algoritmos Baseados em Inversões e Entropia para Permutações com Sinais

Lema 5

Para qualquer permutação com sinais $\pi \neq \iota_n$ *e* $\lambda \geq 2$, *sempre existe uma* λ*-operação* σ *tal que* $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) = 1$.

Lema 5

Para qualquer permutação com sinais $\pi \neq \iota_n$ e $\lambda \geq 2$, sempre existe uma λ-operação σ tal que $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) = 1$.

Teorema 7

Os problemas de Ordenação de Permutações por λ-Reversões e por λ-Reversões e λ-Transposições tem algoritmo de $(\frac{\lambda(\lambda-1)}{2} + \lambda)$-aproximação.

Algoritmos Baseados Entropia

Algoritmos Baseados em Entropia

Definições

- Pontuação de entropia de uma λ-operação σ sobre uma permutação com ou sem sinais:

$$\mathrm{score}_{ent}(\pi, \sigma) = ((\mathrm{ent}(\pi) - \mathrm{ent}(\pi \circ \sigma)) + (\mathrm{neg}(\pi) - \mathrm{neg}(\pi \circ \sigma))$$

Algoritmos Baseados em Entropia

Definições

- Pontuação de entropia de uma λ-operação σ sobre uma permutação com ou sem sinais:

$$\text{score}_{ent}(\pi, \sigma) = ((\text{ent}(\pi) - \text{ent}(\pi \circ \sigma)) + (\text{neg}(\pi) - \text{neg}(\pi \circ \sigma))$$

Lema 6

$\text{score}_{ent}(\pi, \sigma) \leq 2\lceil \lambda/2 \rceil \lfloor \lambda/2 \rfloor + \lambda.$

Algoritmos Baseados em Entropia

Definições

- Pontuação de entropia de uma λ-operação σ sobre uma permutação com ou sem sinais:

$$\mathrm{score}_{ent}(\pi, \sigma) = ((\mathrm{ent}(\pi) - \mathrm{ent}(\pi \circ \sigma)) + (\mathrm{neg}(\pi) - \mathrm{neg}(\pi \circ \sigma))$$

Lema 6

$\mathrm{score}_{ent}(\pi, \sigma) \leq 2\lceil \lambda/2 \rceil \lfloor \lambda/2 \rfloor + \lambda$.

Corolário 8

Para qualquer permutação com sinais π, $\lambda \geq 2$, e $\beta \in \{\bar{r}, \bar{r}t\}$, temos $d_\beta^\lambda(\pi) \geq (\mathrm{ent}(\pi) + \mathrm{neg}(\pi))/((2\lceil \lambda/2 \rceil \lfloor \lambda/2 \rfloor) + \lambda)$.

- Desenvolvemos um algoritmo guloso que:

Algoritmos Baseados em Entropia

- Desenvolvemos um algoritmo guloso que:
    - Quando possível, aplica uma λ-operação σ com $\mathrm{score}_{ent}(\pi, \sigma)$ máximo e $\mathrm{ent}(\pi) > \mathrm{ent}(\pi \circ \sigma)$, ou

Algoritmos Baseados em Entropia

- Desenvolvemos um algoritmo guloso que:
  - Quando possível, aplica uma λ-operação σ com $\mathrm{score}_{ent}(\pi, \sigma)$ máximo e $\mathrm{ent}(\pi) > \mathrm{ent}(\pi \circ \sigma)$, ou
  - Utiliza uma sequência de operações para trocar as posições de elementos π_i e π_j tais que $|\pi_i| \geq j$ e $|\pi_j| \leq i$

Algoritmos Baseados em Entropia

- Desenvolvemos um algoritmo guloso que:
  - Quando possível, aplica uma λ-operação σ com $\text{score}_{ent}(\pi, \sigma)$ máximo e $\text{ent}(\pi) > \text{ent}(\pi \circ \sigma)$, ou
  - Utiliza uma sequência de operações para trocar as posições de elementos π_i e π_j tais que $|\pi_i| \geq j$ e $|\pi_j| \leq i$
    - Para permutações sem sinais, cada operação possui pontuação de entropia média pelo menos $\frac{1}{2}$.

- Desenvolvemos um algoritmo guloso que:
  - Quando possível, aplica uma λ-operação σ com $\mathrm{score}_{ent}(\pi, \sigma)$ máximo e $\mathrm{ent}(\pi) > \mathrm{ent}(\pi \circ \sigma)$, ou
  - Utiliza uma sequência de operações para trocar as posições de elementos π_i e π_j tais que $|\pi_i| \geq j$ e $|\pi_j| \leq i$
    - Para permutações sem sinais, cada operação possui pontuação de entropia média pelo menos $\frac{1}{2}$.
    - Para permutações com sinais, cada operação possui pontuação de entropia média pelo menos $\frac{1}{4}$.

Teorema 8

Os problemas de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões, por λ-Transposições, ou por ambas as operações têm algoritmo de aproximação de fator $4\lceil \lambda/2 \rceil \lfloor \lambda/2 \rfloor$.

Teorema 8

Os problemas de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões, por λ-Transposições, ou por ambas as operações têm algoritmo de aproximação de fator $4\lceil\lambda/2\rceil\lfloor\lambda/2\rfloor$.

Teorema 9

Para qualquer permutação com sinais π tal que $\mathrm{ent}(\pi) \neq 0$, os problemas de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões e por λ-Reversões e λ-Transposições têm algoritmo de aproximação de fator $8\lceil\lambda/2\rceil\lfloor\lambda/2\rfloor + \lambda$.

Lema 7

Para todas permutações com sinais $\pi \neq \iota_n$ *tal que* $\mathrm{ent}(\pi) = 0$ *e* $\lambda \geq 2$*, temos* $d_{\bar{r}}^{\lambda}(\pi) \geq \frac{\mathrm{neg}(\pi)+1}{2}$ *e* $d_{\bar{r}t}^{\lambda}(\pi) \geq \frac{\mathrm{neg}(\pi)+1}{3}$.

Lema 7

Para todas permutações com sinais $\pi \neq \iota_n$ *tal que* $\mathrm{ent}(\pi) = 0$ *e* $\lambda \geq 2$*, temos* $d_{\bar{r}}^{\lambda}(\pi) \geq \frac{\mathrm{neg}(\pi)+1}{2}$ *e* $d_{\bar{r}t}^{\lambda}(\pi) \geq \frac{\mathrm{neg}(\pi)+1}{3}$.

Teorema 10

Para qualquer permutação com sinais π *tal que* $\mathrm{ent}(\pi) = 0$*, os problemas de Ordenação de Permutações com Sinais por* λ*-Reversões e por* λ*-Reversões e* λ*-Transposições têm algoritmos de 2-aproximação e 3-aproximação, respectivamente.*

Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma λ-permutação com o número mínimo de λ-operações tais que cada permutação gerada no processo também seja uma λ-permutação.

Definições

- Objetivo: ordenar uma λ-permutação com o número mínimo de λ-operações tais que cada permutação gerada no processo também seja uma λ-permutação.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma λ-permutação.

Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações

Definições

- Objetivo: ordenar uma λ-permutação com o número mínimo de λ-operações tais que cada permutação gerada no processo também seja uma λ-permutação.
- Entrada: um inteiro $\lambda \geq 2$ e uma λ-permutação.
- Saída: número de operações aplicadas.

Resultados

- Limitantes sobre o número de λ-permutações existentes.

Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações

Resultados

- Limitantes sobre o número de λ-permutações existentes.
- Algoritmos baseados em inversões ou em inversões e entropia com fatores de aproximação $O(\lambda^2)$.

Resultados

- Limitantes sobre o número de λ-permutações existentes.
- Algoritmos baseados em inversões ou em inversões e entropia com fatores de aproximação $O(\lambda^2)$.
- Algoritmos baseados em *breakpoints* com fatores de aproximação $O(1)$ e $O(\lambda)$.

Resultados

- Limitantes sobre o número de λ-permutações existentes.
- Algoritmos baseados em inversões ou em inversões e entropia com fatores de aproximação $O(\lambda^2)$.
- Algoritmos baseados em *breakpoints* com fatores de aproximação $O(1)$ e $O(\lambda)$.
- Limitantes sobre os diâmetros de ordenação das variações estudadas.

Resultados

λ-Permutações	Modelo de Rearranjo	Fator de Aproximação	Teoremas (resp.)
Com Sinais	λ-Reversões	$O(\lambda^2)$ e $O(\lambda)$	12 e 13
Sem Sinais		$O(\lambda^2)$ e $O(\lambda)$	11 e 13
Sem Sinais	λ-Transposições	$O(\lambda^2)$ e $O(1)$	11 e 14
Com Sinais	λ-Reversões e λ-Transposições	$O(\lambda^2)$ e $O(1)$	12 e 15
Sem Sinais		$O(\lambda^2)$ e $O(1)$	11 e 15

Tabela 3: Resultados apresentados para problemas de Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações.

Quantas λ-Permutações Existem?

Limitantes Sobre o Número de λ-Permutações.

Lema 8

Existem pelo menos $\lambda!^{\lfloor \frac{n}{\lambda} \rfloor}(n \mod \lambda)!$ *λ-permutações sem sinais.*

Limitantes Sobre o Número de λ-Permutações.

Lema 8

Existem pelo menos $\lambda!^{\lfloor \frac{n}{\lambda} \rfloor}(n \mod \lambda)!$ *λ-permutações sem sinais.*

Corolário 9

Existem pelo menos $2^n \lambda!^{\lfloor \frac{n}{\lambda} \rfloor}(n \mod \lambda)!$ *λ-permutações com sinais.*

Limitantes Sobre o Número de λ-Permutações.

Lema 9

Existem no máximo $\lambda^{(n-(\lambda-1))}\lambda!$ λ-permutações sem sinais.

Limitantes Sobre o Número de λ-Permutações.

Lema 9

Existem no máximo $\lambda^{(n-(\lambda-1))}\lambda!$ *λ-permutações sem sinais.*

Corolário 10

Existem no máximo $2^n\lambda^{(n-(\lambda-1))}\lambda!$ *λ-permutações com sinais.*

Algoritmos Baseados em Inversões

Lema 10

Para qualquer λ-permutação $\pi \neq \iota_n$ podemos aplicar uma 2-reversão ou uma 2-transposição para obter uma λ-permutação com $\mathrm{Inv}(\pi) - 1$ inversões.

Lema 10

Para qualquer λ-permutação $\pi \neq \iota_n$ podemos aplicar uma 2-reversão ou uma 2-transposição para obter uma λ-permutação com $\mathrm{Inv}(\pi) - 1$ inversões.

Teorema 11

Existem algoritmos $O(\lambda^2)$-aproximação para o problemas de Ordenação de λ-Permutações Sem Sinais por λ-Reversões, por λ-Transposições, e por λ-Reversões e λ-Transposições.

Algoritmos Baseados em Inversões e Entropia

Lema 11

Para qualquer λ-permutação $\pi \neq \iota_n$ e $\lambda \geq 2$, sempre existe uma λ-operação σ tal que $\pi \circ \sigma$ é uma λ-permutação e $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) \geq 1$.

Algoritmos de Aproximação Baseados em Inversões e Entropia

Lema 11

Para qualquer λ-permutação $\pi \neq \iota_n$ e $\lambda \geq 2$, sempre existe uma λ-operação σ tal que $\pi \circ \sigma$ é uma λ-permutação e $\mathrm{score}_{inv}(\pi, \sigma) \geq 1$.

Teorema 12

Existem algoritmos $(\frac{\lambda(\lambda-1)}{2} + \lambda)$-aproximação para os problemas de Ordenação de λ-Permutações com Sinais por λ-Reversões e por λ-Reversões e λ-Transposições.

Algoritmos Baseados em *Breakpoints*

Algoritmos de Aproximação Baseados em *Breakpoints*

- Seja π uma λ-permutação com ou sem sinais.

Algoritmos de Aproximação Baseados em *Breakpoints*

- Seja π uma λ-permutação com ou sem sinais.
- Nós mostramos que é possível remover um *breakpoint* em π utilizando no máximo 4 λ-transposições ou $O(\lambda)$ λ-reversões.

Algoritmos de Aproximação Baseados em *Breakpoints*

- Seja π uma λ-permutação com ou sem sinais.
- Nós mostramos que é possível remover um *breakpoint* em π utilizando no máximo 4 λ-transposições ou $O(\lambda)$ λ-reversões.
- Logo, podemos ordenar π com:

Algoritmos de Aproximação Baseados em *Breakpoints*

- Seja π uma λ-permutação com ou sem sinais.
- Nós mostramos que é possível remover um *breakpoint* em π utilizando no máximo 4 λ-transposições ou $O(\lambda)$ λ-reversões.
- Logo, podemos ordenar π com:
    - $4b(\pi)$ λ-transposições;

Algoritmos de Aproximação Baseados em *Breakpoints*

- Seja π uma λ-permutação com ou sem sinais.
- Nós mostramos que é possível remover um *breakpoint* em π utilizando no máximo 4 λ-transposições ou $O(\lambda)$ λ-reversões.
- Logo, podemos ordenar π com:
  - $4b(\pi)$ λ-transposições;
  - $O(\lambda)b(\pi)$ λ-reversões.

Teorema 13

Os problemas de Ordenação de Permutações com e sem Sinais por λ-Reversões têm algoritmos de $O(\lambda)$-aproximação.

Teorema 14

O problema de Ordenação de λ-Permutações por λ-Transposições tem algoritmo de 12-aproximação.

Teorema 15

Os problemas de Ordenação de λ-Permutações com e sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições têm algoritmos de 12-aproximação.

Conclusões e publicações

Conclusão

- Algoritmos com fatores de aproximação baseados no tamanho da permutação e/ou em λ para Ordenação de Permutações por λ-Operações.
- Algoritmos com fatores de aproximação $O(\lambda^2)$ e $O(1)$ para Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações.
- Experimentos para análise dos fatores de aproximação numa perspectiva prática.

Publicações e Submissões

- *Sorting Permutations by λ-Operations*: AlCoB'2018 *(International Conference on Algorithms for Computational Biology)* [8].

Publicações e Submissões

- *Sorting Permutations by λ-Operations*: AlCoB'2018 *(International Conference on Algorithms for Computational Biology)* [8].
    - Versão estendida submetida para uma revista internacional.

Publicações e Submissões

- *Sorting Permutations by λ-Operations*: AlCoB'2018 *(International Conference on Algorithms for Computational Biology)* [8].
    - Versão estendida submetida para uma revista internacional.
- *Sorting λ-Permutations by λ-Operations*: BSB'2018 (*Brazilian Symposium on Bioinformatics*) [7].

Publicações e Submissões

- *Sorting Permutations by λ-Operations*: AlCoB'2018 *(International Conference on Algorithms for Computational Biology)* [8].
    - Versão estendida submetida para uma revista internacional.
- *Sorting λ-Permutations by λ-Operations*: BSB'2018 (*Brazilian Symposium on Bioinformatics*) [7].
    - Versão estendida submetida para uma revista internacional.

Publicações e Submissões

- *Sorting Permutations by λ-Operations*: AlCoB'2018 *(International Conference on Algorithms for Computational Biology)* [8].
  - Versão estendida submetida para uma revista internacional.
- *Sorting λ-Permutations by λ-Operations*: BSB'2018 (*Brazilian Symposium on Bioinformatics*) [7].
  - Versão estendida submetida para uma revista internacional.
- *Approximation Algorithms for Sorting Permutations by Length-Weighted Short Rearrangements*, LAGOS'2019 *(X Latin and American Algorithms, Graphs and Optimization Symposium)*.
  - Contribuição com Alexsandro Alexandrino.

Referências

[1] Piotr Berman, Sridhar Hannenhalli, and Marek Karpinski.
1.375-Approximation Algorithm for Sorting by Reversals.
In R. Möhring and R. Raman, editors, *Proceedings of the 10th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'2002)*, volume 2461 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 200–210. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, Berlin/Heidelberg, Germany, 2002.

[2] Laurent Bulteau, Guillaume Fertin, and Irena Rusu.
Sorting by Transpositions is Difficult.
SIAM Journal on Computing, 26(3):1148–1180, 2012.

[3] Alberto Caprara.
Sorting Permutations by Reversals and Eulerian Cycle Decompositions.
SIAM Journal on Discrete Mathematics, 12(1):91–110, 1999.

[4] Isaac Elias and Tzvika Hartman.
A 1.375-Approximation Algorithm for Sorting by Transpositions.
IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, 3(4):369–379, 2006.

[5] Sridhar Hannenhalli and Pavel A. Pevzner.
Transforming Cabbage into Turnip: Polynomial Algorithm for Sorting Signed Permutations by Reversals.
Journal of the ACM, 46(1):1–27, 1999.

[6] Jean-François Lefebvre, Nadia El-Mabrouk, Elisabeth R. M. Tillier, and David Sankoff.
Detection and validation of single gene inversions.
Bioinformatics, 19(1):i190–i196, 2003.

[7] Guilherme Henrique Santos Miranda, Alexsandro Oliveira Alexandrino, Carla Negri Lintzmayer, and Zanoni Dias.
Sorting λ-Permutations by λ-Operations.
In *Proceedings of the 11th Brazilian Symposium on Bioinformatics (BSB'2018)*, pages 1–13. Springer International Publishing, Heidelberg, Germany, 2018.

[8] Guilherme Henrique Santos Miranda, Carla Negri Lintzmayer, and Zanoni Dias.
Sorting Permutations by Limited-Size Operations.
In *Algorithms for Computational Biology*, volume 10849, pages 76–87. Springer International Publishing, Heidelberg, Germany, 2018.

[9] Atif Rahman, Swakkhar Shatabda, and Masud Hasan.
An Approximation Algorithm for Sorting by Reversals and Transpositions.
Journal of Discrete Algorithms, 6(3):449–457, 2008.

[10] Eric Tannier, Anne Bergeron, and Marie-France Sagot.
Advances on Sorting by Reversals.
Discrete Applied Mathematics, 155(6-7):881–888, 2007.

[11] Maria E. M. T. Walter, Zanoni Dias, and João Meidanis.
Reversal and Transposition Distance of Linear Chromosomes.
In *Proceedings of the 5th International Symposium on String Processing and Information Retrieval (SPIRE'1998)*, pages 96–102, Los Alamitos, CA, USA, 1998. IEEE Computer Society.

Obrigado!

Resultados Experimentais para Ordenação de Permutações por λ-Operações

Ordenação de Permutações por λ-Operações

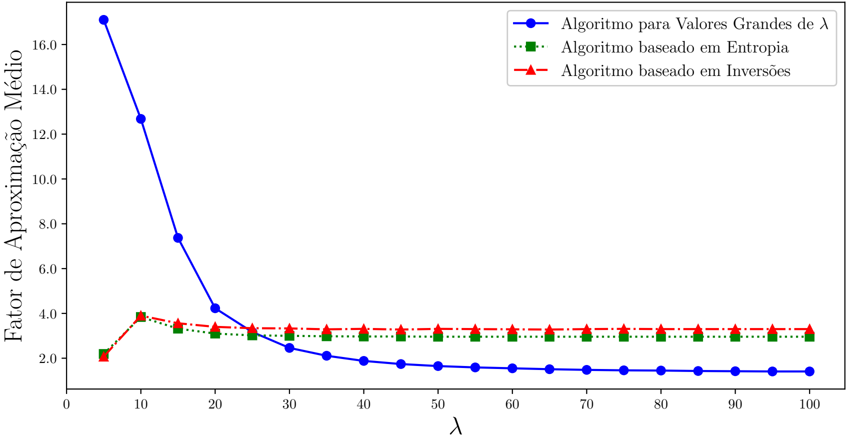

Figura 1: Fatores de aproximação médios dos algoritmos para problemas de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões, utilizando permutações de tamanho 100.

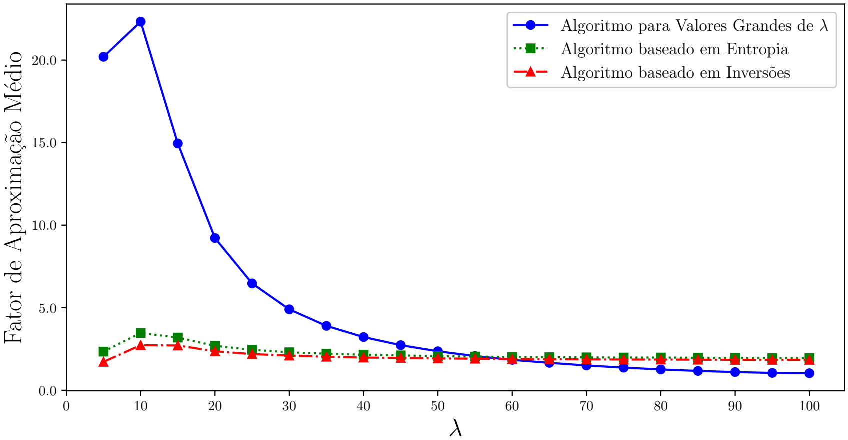

Figura 2: Fatores de aproximação médios dos algoritmos para problemas de Ordenação de Permutações por λ-Transposições, utilizando permutações de tamanho 100.

Ordenação de Permutações por λ-Operações

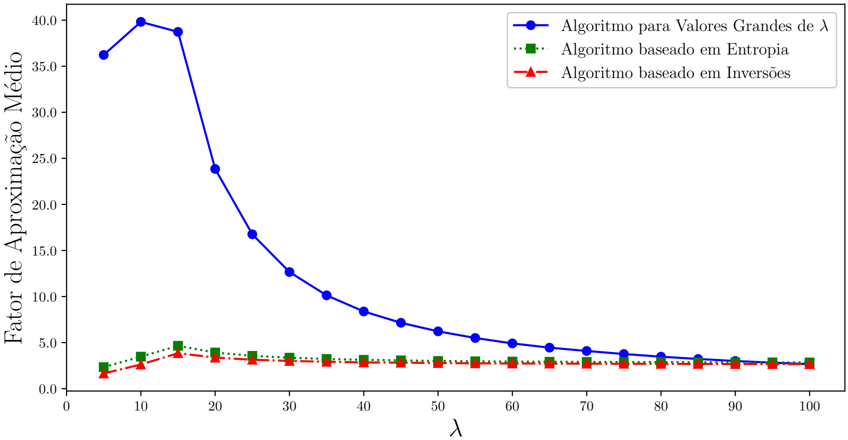

Figura 3: Fatores de aproximação médios dos algoritmos para problemas de Ordenação de Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições, utilizando permutações de tamanho 100.

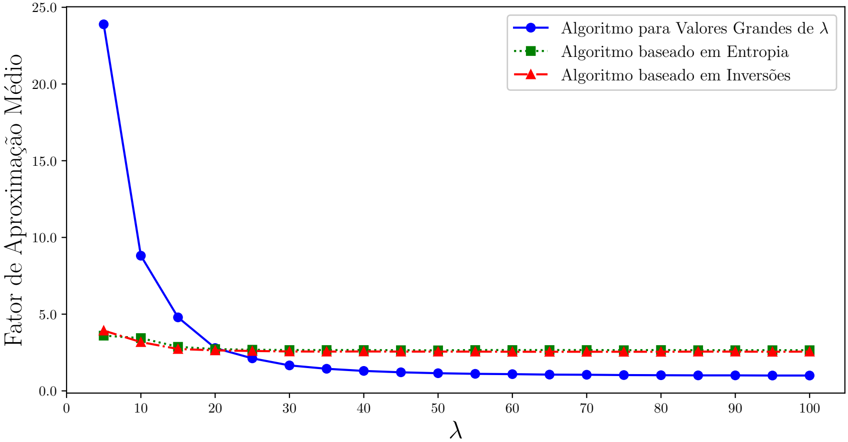

Figura 4: Fatores de aproximação médios dos algoritmos para problemas de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões, utilizando permutações de tamanho 100.

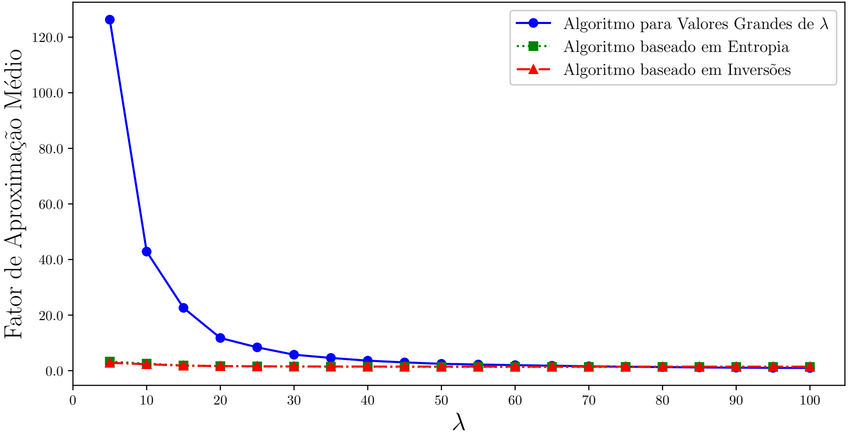

Figura 5: Fatores de aproximação médios dos algoritmos para problemas de Ordenação de Permutações com Sinais por λ-Reversões e por λ-Transposições, utilizando permutações de tamanho 100.

Resultados Experimentais para Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações

Experimentos com Permutações Totalmente Aleatórias

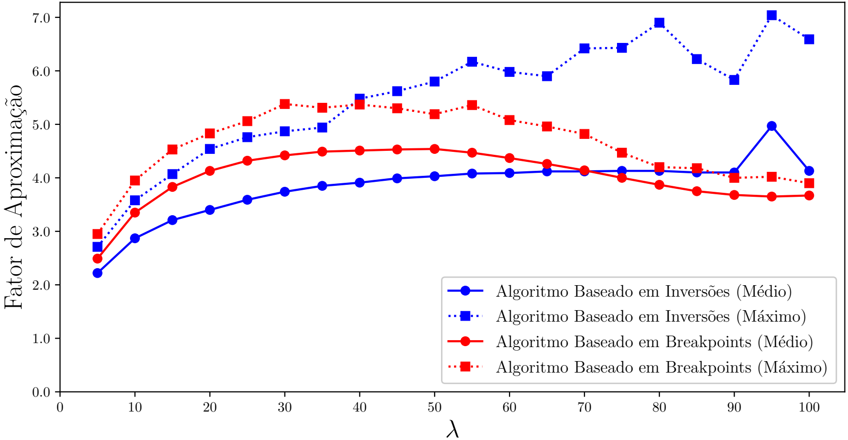

Figura 6: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para os problemas de Ordenação de λ-Permutações sem Sinais por λ-Reversões, com λ-permutações de tamanho 100 geradas de forma totalmente aleatória.

Experimentos com Permutações Totalmente Aleatórias

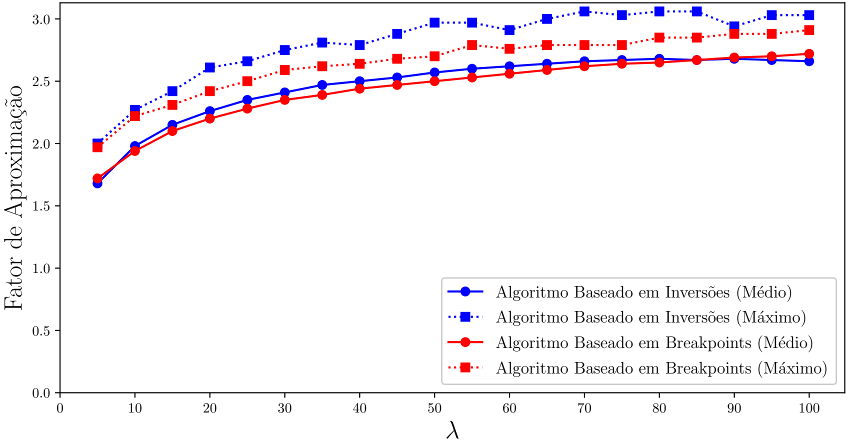

Figura 7: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para os problemas de Ordenação de λ-Permutações por λ-Transposições, com λ-permutações de tamanho 100 geradas de forma totalmente aleatória.

Experimentos com Permutações Totalmente Aleatórias

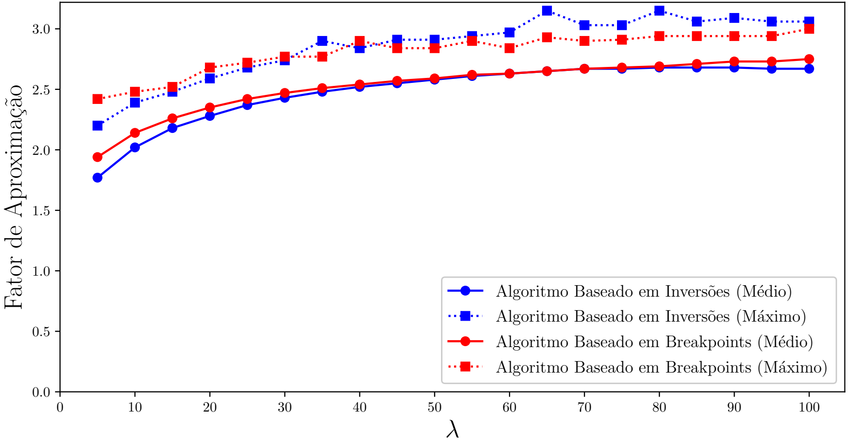

Figura 8: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para os problemas de Ordenação de λ-Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições, com λ-permutações de tamanho 100 geradas de forma totalmente aleatória.

Experimentos com Permutações Totalmente Aleatórias

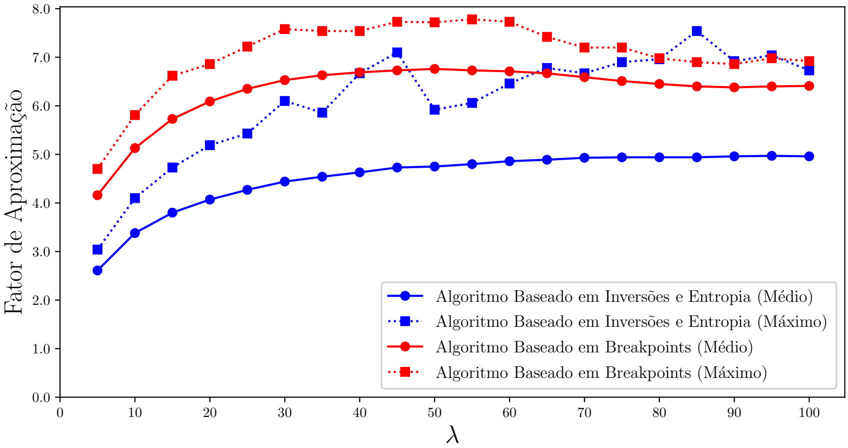

Figura 9: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para os problemas de Ordenação de λ-Permutações com Sinais por λ-Reversões, com λ-permutações de tamanho 100 geradas de forma totalmente aleatória.

Experimentos com Permutações Totalmente Aleatórias

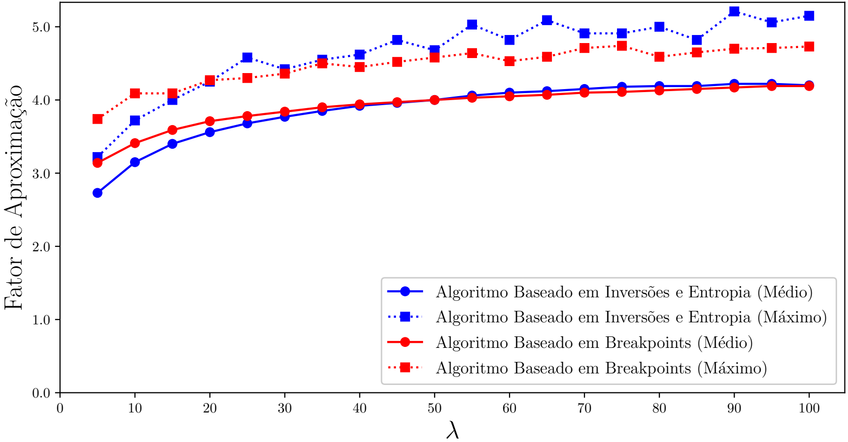

Figura 10: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para os problemas de Ordenação de λ-Permutações com Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições, com λ-permutações de tamanho 100 geradas de forma totalmente aleatória.

Experimentos com Permutações Aleatórias Geradas a partir de ι_n

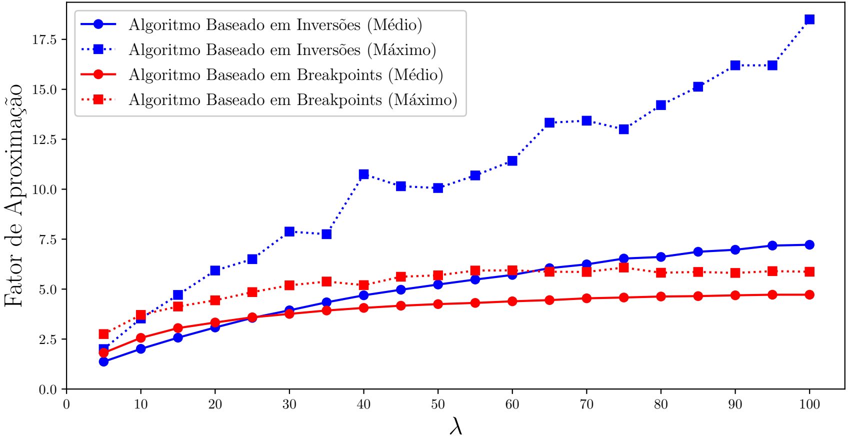

Figura 11: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para o problema de Ordenação de λ-Permutações sem Sinais por λ-Reversões, com λ-permutações aleatórias de tamanho 100 geradas a partir de ι_n.

Experimentos com Permutações Aleatórias Geradas a partir de ι_n

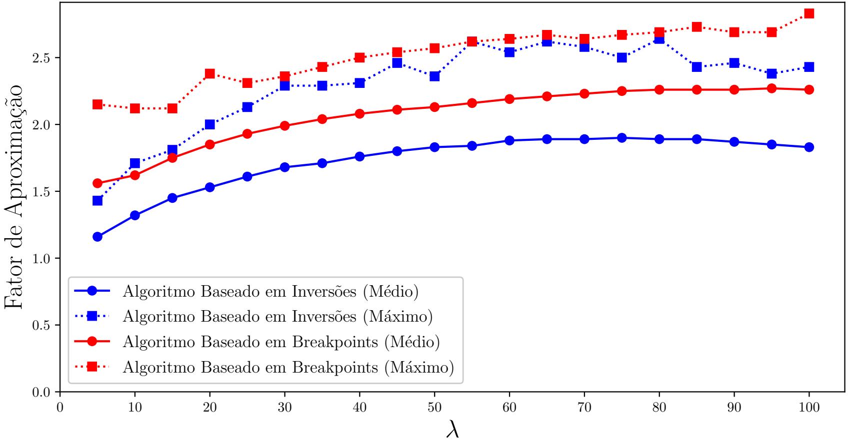

Figura 12: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para o problema de Ordenação de λ-Permutações por λ-Transposições, com λ-permutações aleatórias de tamanho 100 geradas a partir de ι_n.

Experimentos com Permutações Aleatórias Geradas a partir de ι_n

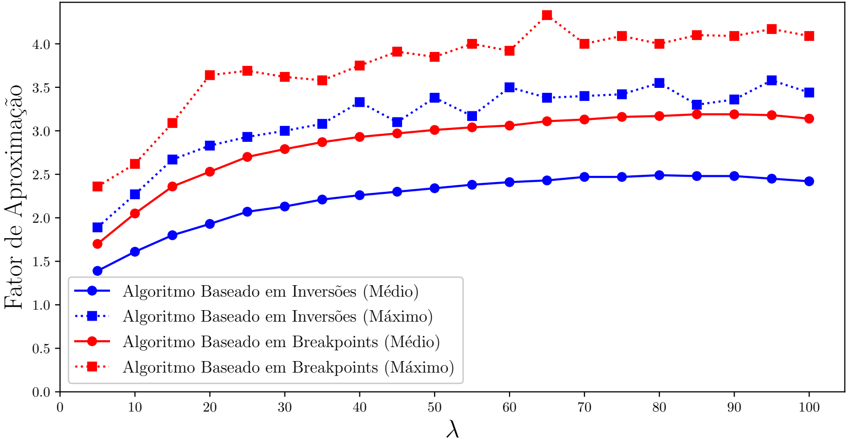

Figura 13: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para o problema de Ordenação de λ-Permutações sem Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições, com λ-permutações aleatórias de tamanho 100 geradas a partir de ι_n.

Experimentos com Permutações Aleatórias Geradas a partir de ι_n

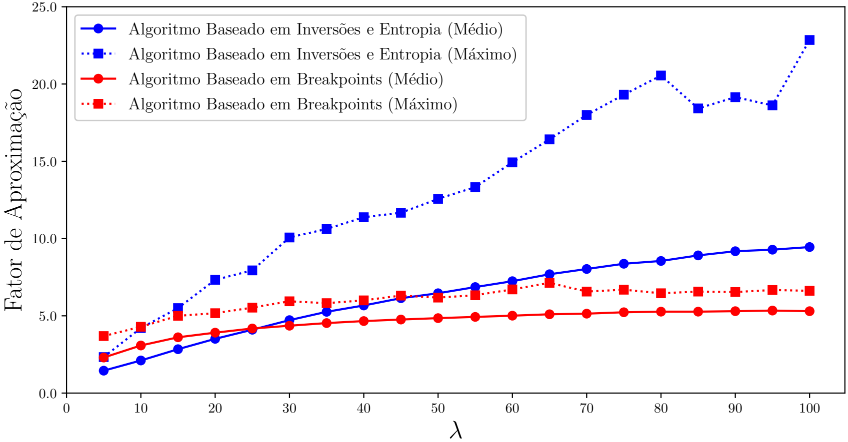

Figura 14: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para o problema de Ordenação de λ-Permutações com Sinais por λ-Reversões, com λ-permutações aleatórias de tamanho 100 geradas a partir de ι_n.

Experimentos com Permutações Aleatórias Geradas a partir de ι_n

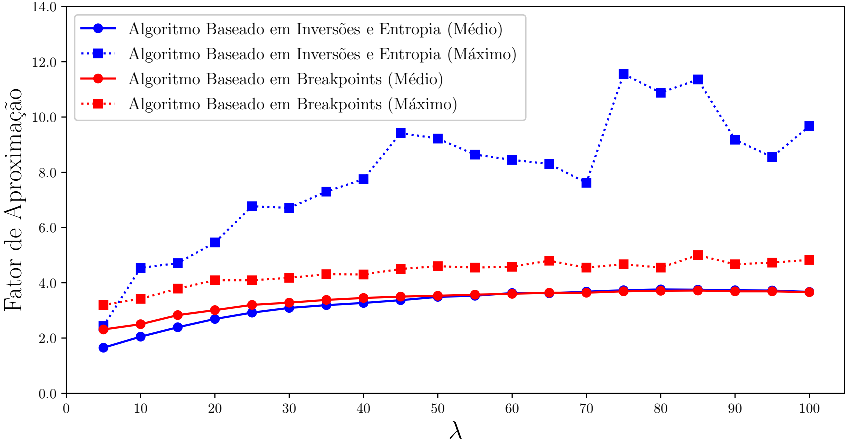

Figura 15: Fatores de aproximação médios e máximos dos algoritmos para o problema de Ordenação de λ-Permutações com Sinais por λ-Reversões e λ-Transposições, com λ-permutações aleatórias de tamanho 100 geradas a partir de ι_n.

Diâmetros de Ordenação de λ-Permutações por λ-Operações

Conjectura 1

$D_r^{2*}(n) = \lfloor n/2 \rfloor$ e $D_r^{\lambda*}(n) = n - 1$, para quaisquer n e λ tais que $n \geq 3$ e $3 \leq \lambda \leq n$.

Conjectura 2

Para todo n par e $2 \leq \lambda \leq n$, temos $D_{\bar{r}}^{\lambda*}(n) \leq 5\lceil n/4 \rceil$. Para todo n ímpar e $2 \leq \lambda \leq n$, temos $D_{\bar{r}}^{\lambda*}(n) \leq 5\lceil (n+1)/4 \rceil$.

Diâmetros de Ordenação de λ-Permutações por λ-Transposições, e por λ-Reversões e λ-Transposições

Teorema 16

Existe um algoritmo que ordena uma λ-permutação sem sinais com no máximo $n-1$ λ-transposições.

Teorema 17

$D_t^{\lambda *}(n) \leq n-1$, $D_{rt}^{\lambda *}(n) \leq n-1$ *e* $D_{\bar{r}t}^{\lambda *}(n) \leq 2n-1$.