O Problema da Ordenação de Permutações Usando Operações de Prefixo e Sufixo

Proposta de Tese de Doutorado

Carla Negri Lintzmayer

Prof. Dr. Zanoni Dias

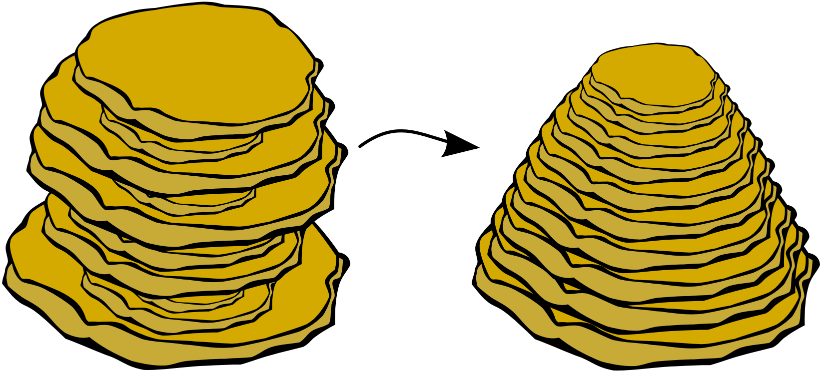
Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Computação

Suporte financeiro por FAPESP (processos 2013/01172-0 e 2013/08293-7) e CNPq (processos 140017/2013-5, 477692/2012-5 e 483370/2013-4)

25 de Abril de 2014

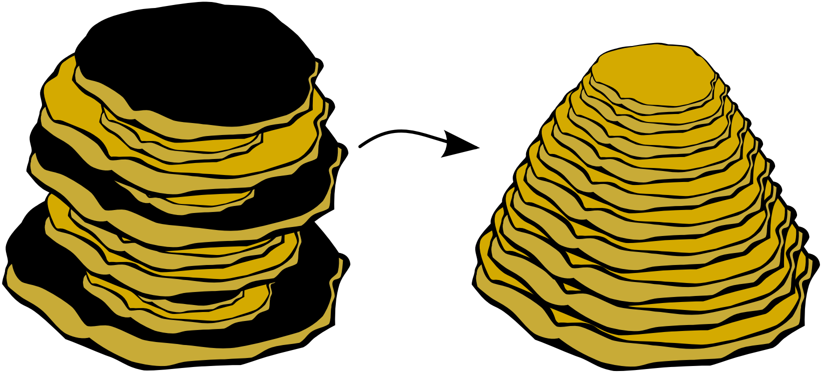
Introdução

Dweighter [1], 1975: *The Pancake Flipping Problem*



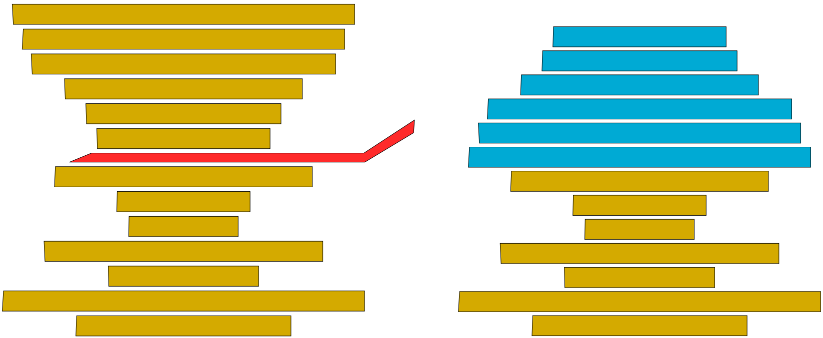
Introdução

Gates e Papadimitriou [2], 1979: *The Burnt Pancake Flipping Problem*



Introdução

Movimentos permitidos: reversões de prefixo

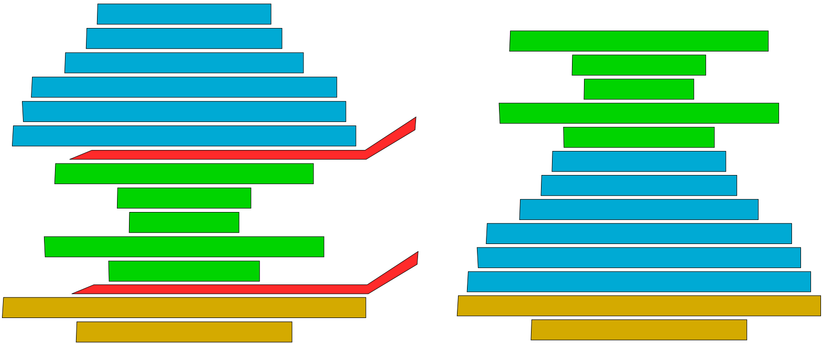


Introdução

- Reinterpretados como problemas de rearranjos de genomas
- Rearranjos de Genomas: mutações que alteram grandes porções do genoma
  - Reversões e transposições
- Mutações permitem evoluções e a diferença entre dois genomas indica sua distância evolutiva
- Cenários que mostrem como transformar um genoma no outro
  - número mínimo de rearranjos que permitem a transformação

Introdução

Dias e Meidanis [3], 2002: Transposições de Prefixo
Sharmin *et al.* [4], 2010: *Pancake Flipping with Two Spatulas*



Definições

- Permutação: $\pi = (\pi_1\ \pi_2\ \ldots\ \pi_n)$ onde $\pi_i = \pi(i)$
- Permutação sem sinal: $\pi_i \in \{1, 2, \ldots, n\}$ e $\pi_i \neq \pi_j$ para todo $i \neq j$
- Permutação com sinal: $\pi_i \in \{-n, -(n-1), \ldots, -1, 1, 2, \ldots, n\}$ e $|\pi_i| \neq |\pi_j|$ para todo $i \neq j$
- Estendida: $(\pi_0 = 0\ \pi_1\ \pi_2\ \ldots\ \pi_n\ \pi_{n+1} = n+1)$
- Composição: $\pi \cdot \sigma = (\pi_{\sigma_1}\ \pi_{\sigma_2}\ \ldots\ \pi_{\sigma_n})$
- Permutação inversa: π^{-1}, na qual $\pi^{-1}_{\pi_i} = i$
- Permutação identidade: $\iota_n = (1\ 2\ \ldots\ n)$

Definições

- Reversão sem sinal: $\rho(i,j)$ com $1 \leq i < j \leq n$

$$\pi = (\pi_1 \ \dots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \ \pi_{i+1} \ \dots \ \pi_{j-1} \ \pi_j} \ \pi_{j+1} \ \dots \ \pi_n)$$
$$\pi \cdot \rho(i,j) = (\pi_1 \ \dots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_j \ \pi_{j-1} \ \dots \ \pi_{i+1} \ \pi_i} \ \pi_{j+1} \ \dots \ \pi_n)$$

- Exemplo:

$$\pi = (3 \ \underline{1 \ 5 \ 2 \ 7} \ 4 \ 3)$$
$$\pi \cdot \rho(2,5) = (3 \ \underline{7 \ 2 \ 5 \ 1} \ 4 \ 3)$$

Definições

- Reversão com sinal: $\bar{\rho}(i,j)$ com $1 \leq i \leq j \leq n$

$$\begin{aligned} \pi &= (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{\pi_i \quad \pi_{i+1} \quad \ldots \quad \pi_{j-1} \quad \pi_j} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n) \\ \pi \cdot \bar{\rho}(i,j) &= (\pi_1 \ \ldots \ \pi_{i-1} \ \underline{-\pi_j \ \ -\pi_{j-1} \ \ldots \ -\pi_{i+1} \ \ -\pi_i} \ \pi_{j+1} \ \ldots \ \pi_n) \end{aligned}$$

- Exemplo:

$$\begin{aligned} \pi &= \quad (-3 \ \underline{+1 \ \ -5 \ \ +2 \ \ +7} \ \ -4 \ \ -3) \\ \pi \cdot \bar{\rho}(2,5) &= \quad (-3 \ \underline{-7 \ \ -2 \ \ +5 \ \ -1} \ \ -4 \ \ -3) \end{aligned}$$

Definições

- Transposição: $\tau(i,j,k)$ com $1 \leq i < j < k \leq n+1$

$$\begin{aligned} \pi &= (\pi_1 \ldots \pi_{i-1}\ \underline{\pi_i\ \pi_{i+1} \ldots \pi_{j-1}}\ \underline{\pi_j\ \pi_{j+1} \ldots \pi_{k-1}}\ \pi_k \ldots \pi_n) \\ \pi \cdot \tau(i,j,k) &= (\pi_1 \ldots \pi_{i-1}\ \underline{\pi_j\ \pi_{j+1} \ldots \pi_{k-1}}\ \underline{\pi_i\ \pi_{i+1} \ldots \pi_{j-1}}\ \pi_k \ldots \pi_n) \end{aligned}$$

- Exemplos:

$$\begin{aligned} \pi &= \ (3\ \underline{1\ 5}\ \underline{2\ 7\ 4}\ 3) \\ \pi \cdot \tau(2,4,7) &= \ (3\ \underline{2\ 7\ 4}\ \underline{1\ 5}\ 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi &= \ (-3\ \underline{+1\ \ -5}\ \underline{+2\ \ +7\ \ -4}\ \ -3) \\ \pi \cdot \tau(2,4,7) &= \ (-3\ \underline{+2\ \ +7\ \ -4}\ \underline{+1\ \ -5}\ \ -3) \end{aligned}$$

Definições

- Reversão de prefixo (primeiro segmento é invertido):
  - sem sinal: $\rho_p(j) \equiv \rho(1, j)$ para $1 < j \leq n$
  - com sinal: $\bar{\rho_p}(j) \equiv \bar{\rho}(1, j)$ para $1 \leq j \leq n$
- Reversão de sufixo (último segmento é invertido):
  - sem sinal: $\rho_s(i) \equiv \rho(i, n)$ para $1 \leq i < n$
  - com sinal: $\bar{\rho_s}(i) \equiv \bar{\rho}(i, n)$ para $1 \leq i \leq n$
- Transposição de prefixo: $\tau_p(j, k) \equiv \tau(1, j, k)$ para $1 < j < k \leq n + 1$
- Transposição de sufixo: $\tau_s(i, j) \equiv \tau(i, j, n+1)$ para $1 \leq i < j < n + 1$

Definições

- Modelo de rearranjo: β
- Transformar uma permutação em outra: encontrar $\beta_1, \ldots, \beta_k$ tal que $\pi \cdot \beta_1 \cdot \ldots \cdot \beta_k = \sigma$
- Distância de rearranjo: $d_\beta(\pi, \sigma)$

Como $d_\beta(\pi, \sigma) = d_\beta(\sigma^{-1} \cdot \pi, \sigma^{-1} \cdot \sigma) = d_\beta(\sigma^{-1} \cdot \pi, \iota_n)$, basta lidar com a ordenação

- Ordenar uma permutação: $\pi \cdot \beta_1 \cdot \ldots \cdot \beta_k = \iota_n$
- Distância (de ordenação): $d_\beta(\pi) = d_\beta(\pi, \iota_n)$

Definições

Exemplo com SbPR:

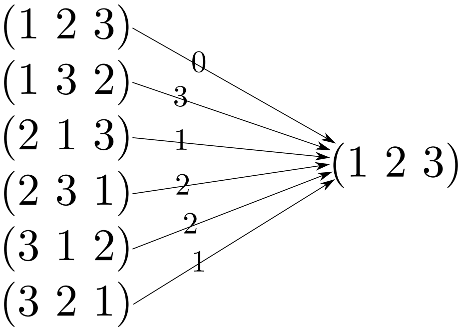
$$
\begin{array}{rcl}
\pi & = & (\underline{2 \quad 4 \quad 5} \quad 3 \quad 1) \\
\rho_p(3) & \rightarrow & (\underline{5 \quad 4 \quad 2 \quad 3 \quad 1}) \\
\rho_p(5) & \rightarrow & (\underline{1 \quad 3} \quad 2 \quad 4 \quad 5) \\
\rho_p(2) & \rightarrow & (\underline{3 \quad 1 \quad 2} \quad 4 \quad 5) \\
\rho_p(3) & \rightarrow & (\underline{2 \quad 1} \quad 3 \quad 4 \quad 5) \\
\rho_p(2) & \rightarrow & (1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rcl}
\pi & = & (\underline{2 \quad 4 \quad 5 \quad 3} \quad 1) \\
\rho_p(4) & \rightarrow & (\underline{3 \quad 5 \quad 4} \quad 2 \quad 1) \\
\rho_p(3) & \rightarrow & (\underline{4 \quad 5} \quad 3 \quad 2 \quad 1) \\
\rho_p(2) & \rightarrow & (\underline{5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1}) \\
\rho_p(5) & \rightarrow & (1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5)
\end{array}
$$

$$d_{\rho_p}(\pi) = 4$$

Definições

Diâmetro: $D_\beta(n)$



$$D_{\rho_p}(3) = 3$$

Definições

- *Breakpoint*: ocorre entre dois elementos consecutivos em π que não deveriam ser consecutivos
- Reversões:

$$(0 \;\cdot\; 3\;2 \cdot 4\;5 \cdot 1 \;\cdot\; 6)$$

- Transposições:

$$(0 \;\cdot\; 3 \cdot 2 \cdot 4\;5 \cdot 1 \;\cdot\; 6)$$

- Com sinal:

$$(+0 \;\cdot\; -3 \;\; -2 \cdot -4 \cdot -5 \cdot +1 \;\cdot\; +6)$$

- *Strip*: subsequência maximal de π sem *breakpoints*

Problemas

Problema	Melhor Fator de Aproximação	Complexidade
SbR	1.375 [5]	NP-difícil [6]
SbSigR	-	P [7]
SbT	1.375 [8]	NP-difícil [9]
SbRT	$\approx$2.83 [10]	?
SbSigRT	2^* [11]	?
SbPR	2 [12]	NP-difícil [13]
SbSigPR	2 [14]	?
SbPT	2 [3]	?
SbPRPT	3 [4]	?

Problemas

Problema	Diâmetro
SBR	$D_\rho(n) = n - 1$ [15]
SBSIGR	$D_{\bar\rho}(n) = n + 1$ [7]
SBT	$\left\lfloor \frac{n+1}{2} \right\rfloor \leq D_\tau(n) \leq \left\lfloor \frac{2n-2}{3} \right\rfloor$ [8, 16]
SBRT	?
SBSIGRT	$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 2 \leq D_{\bar\rho\tau}(n)$ [11]
SBPR	$\frac{15n}{14} \leq D_{\rho_p}(n) \leq \frac{18n}{11} + O(1)$ [17, 18]
SBSIGPR	$\frac{3n+3}{2} \leq D_{\bar{\rho_p}}(n) \leq 2n - 6$ [17, 19]
SBPT	$\left\lfloor \frac{3n+1}{4} \right\rfloor \leq D_{\tau_p}(n) \leq n - \log_{\frac{9}{2}} n$ [20, 21]
SBPRPT	?

Problemas

- Operações ponderadas pelo tamanho dos segmentos envolvidos
  - resultados preliminares sugerem que as reversões que acontecem durante a evolução tendem a não ser muito longas [22]
  - reversão $\rho(i, j)$: peso $= j - i + 1$
  - transposição $\tau(i, j, k)$: peso $= k - i$

Problemas

Exemplo: SbPT

Sem considerar peso:

$$
\begin{array}{rcl}
\pi & = & (\underline{5\ 6\ 3\ 7\ 1}\ \underline{4}\ 2) \\
\tau_p(6,7) & \rightarrow & (\underline{4\ 5\ 6}\ \underline{3}\ 7\ 1\ 2) \\
\tau_p(4,5) & \rightarrow & (\underline{3\ 4\ 5\ 6\ 7}\ \underline{1\ 2}) \\
\tau_p(6,8) & \rightarrow & (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)
\end{array}
$$

Problemas

Exemplo: SbPT

Sem considerar peso:

$$\begin{aligned}
\pi &= (\underline{5\ 6\ 3\ 7\ 1}\ \underline{4}\ 2)\\
\tau_p(6,7) &\rightarrow (\underline{4\ 5\ 6}\ \underline{3}\ 7\ 1\ 2)\\
\tau_p(4,5) &\rightarrow (\underline{3\ 4\ 5\ 6\ 7}\ \underline{1\ 2})\\
\tau_p(6,8) &\rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)
\end{aligned}$$

Considerando peso:

$$\begin{aligned}
\pi &= (\underline{5\ 6}\ \underline{3}\ 7\ 1\ 4\ 2)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 3]}\\
\tau_p(3,4) &\rightarrow (\underline{3\ 5\ 6\ 7}\ \underline{1\ 4\ 2})\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 7]}\\
\tau_p(5,8) &\rightarrow (\underline{1}\ \underline{4}\ 2\ 3\ 5\ 6\ 7)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 2]}\\
\tau_p(2,3) &\rightarrow (\underline{4}\ \underline{1\ 2\ 3}\ 5\ 6\ 7)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 4]}\\
\tau_p(2,5) &\rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)
\end{aligned}$$

Peso total = 16

Problemas

Exemplo: SbPT

Considerando peso:

$$
\begin{aligned}
\pi &= (\underline{5\ 6\ 3\ 7\ 1}\ \underline{4}\ 2)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 6]}\\
\tau_p(6,7) &\rightarrow (\underline{4\ 5\ 6}\ \underline{3}\ 7\ 1\ 2)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 4]}\\
\tau_p(4,5) &\rightarrow (\underline{3\ 4\ 5\ 6\ 7}\ \underline{1\ 2})\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 7]}\\
\tau_p(6,8) &\rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)
\end{aligned}
$$

Peso total = 17

Considerando peso:

$$
\begin{aligned}
\pi &= (\underline{5\ 6}\ \underline{3}\ 7\ 1\ 4\ 2)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 3]}\\
\tau_p(3,4) &\rightarrow (\underline{3\ 5\ 6\ 7}\ \underline{1\ 4\ 2})\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 7]}\\
\tau_p(5,8) &\rightarrow (\underline{1}\ \underline{4}\ 2\ 3\ 5\ 6\ 7)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 2]}\\
\tau_p(2,3) &\rightarrow (\underline{4}\ \underline{1\ 2\ 3}\ 5\ 6\ 7)\ \textcolor{red}{[\text{peso} = 4]}\\
\tau_p(2,5) &\rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)
\end{aligned}
$$

Peso total = 16

Problemas

- Operações que não cortam *strips*
  - podemos considerar que segmentos que ficarão unidos ao final da ordenação não devem se separar após serem unidos durante a ordenação
- Exemplo: SbPR

$$
\begin{array}{rcl}
\pi & = & (\underline{3\ 2\ 1\ 5}\ 4\ 6) \\
\rho_p(4) & \rightarrow & (\underline{5\ 1\ 2\ 3\ 4}\ 6) \\
\rho_p(5) & \rightarrow & (\underline{4\ 3\ 2\ 1}\ 5\ 6) \\
\rho_p(4) & \rightarrow & (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)
\end{array}
$$

- Sem cortar *strips*:

$$
\begin{array}{rcl}
\pi & = & (\underline{3\ 2\ 1\ 5\ 4}\ 6) \\
\rho_p(5) & \rightarrow & (\underline{4\ 5}\ 1\ 2\ 3\ 6) \\
\rho_p(2) & \rightarrow & (\underline{5\ 4\ 1\ 2\ 3}\ 6) \\
\rho_p(5) & \rightarrow & (\underline{3\ 2\ 1}\ 4\ 5\ 6) \\
\rho_p(3) & \rightarrow & (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)
\end{array}
$$

Objetivos

Considerando os problemas de ordenação cujos modelos de rearranjos envolvem combinação de reversões e transposições de prefixo e sufixo nas versões com e sem sinal, operações ponderadas e operações que não cortam *strips*:

- obter melhores limitantes para a distância
- obter limitantes para o diâmetro
- definir classes de permutações para as quais é possível determinar a distância exata
- obter bons algoritmos de aproximação

Cronograma

Este cronograma considera:

(a) SbPRSR e SbSigPRSigSR

(b) SbPRPT e SbSigPRPT

(c) SbPRPTSRST e SbSigPRPTSigSRST

(d) SbPTST

Cronograma

Etapa	2012										2013												2014	
	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F
1	*	*	*	*		*	*	*	*				*	*	*	*								
2		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*				
3											*	*	*	*	*	*	*						*	
4																								*
5													*	*	*	*								
6 (a)													*						*					
6 (b)														*						*				
6 (c)															*						*			
6 (d)																*						*		
10																							*	*

Etapas:

1. Obtenção dos créditos obrigatórios em disciplinas do programa de doutorado
2. Revisão bibliográfica
3. Escrita da proposta de doutorado
4. Exame de Qualificação Específico (EQE)
5. Programa de Estágio Docente (PED)
6. Investigação sobre algoritmos de aproximação

10. Escrita da tese

Cronograma

Etapa	2014										2015												2016	
	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F
2		*					*					*					*					*		
5	*	*	*	*																				
6 (a)																	*	*						
6 (b)																		*	*					
6 (c)																			*	*				
6 (d)																				*	*			
7 (a)		*	*																					
7 (b)			*	*																				
7 (c)				*	*																			
7 (d)					*	*																		
10						*	*				*	*				*	*				*	*		

Etapas:

2. Revisão bibliográfica
5. Programa de Estágio Docente (PED)
6. Investigação sobre algoritmos de aproximação
7. Definição das classes para as quais é possível determinar a distância exata
10. Escrita da tese

Cronograma

Etapa	2014										2015												2016	
	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D	J	F
8 (a)							*	*																
8 (b)								*	*															
8 (c)									*	*														
8 (d)										*	*													
9 (a)												*	*											
9 (b)													*	*										
9 (c)														*	*									
9 (d)															*	*								
10						*	*				*	*				*	*				*	*		
11																							*	
12																								*

Etapas:

8. Investigação sobre limitantes para o valor da distância
9. Investigação sobre limitantes para o valor do diâmetro
10. Escrita da tese
11. Revisão da tese
12. Defesa da tese

Algoritmos

- SbPRSR: algoritmo $(2 + \epsilon)$-aproximativo
- SbSigPRSigSR: algoritmo $(2 + \epsilon)$-aproximativo
- SbPTST: algoritmo 2-aproximativo
- SbSigPRPT: algoritmo $(2 + \epsilon)$-aproximativo
- SbPRPTSRST: algoritmo $(2 + \epsilon)$-aproximativo
- SbSigPRPTSigSRST: algoritmo $(2 + \epsilon)$-aproximativo

Diâmetros

Problema	**Diâmetro**	
SbRT	$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \leq$	$D_{\rho\tau}(n)$
SbPRPT	$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \leq$	$D_{\rho_p\tau_p}(n)$
SbSigPRPT	$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 1 \leq$	$D_{\bar{\rho_p}\tau_p}(n)$
SbPRSR	$n - 1 \leq$	$D_{\rho_p\rho_s}(n)$
SbSigPRSigSR	$n \leq$	$D_{\bar{\rho_p}\bar{\rho_s}}(n)$
SbPTST	$\left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil + 1 \leq$	$D_{\tau_p\tau_s}(n)$
SbPRPTSRST	$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \leq$	$D_{\rho_p\tau_p\rho_s\tau_s}(n)$
SbSigPRPTSigSRST	$\left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil \leq$	$D_{\bar{\rho_p}\tau_p\bar{\rho_s}\tau_s}(n)$

Diâmetros

Problema		**Diâmetro**	
SbRT	$\lceil \frac{n}{2} \rceil \leq$	$D_{\rho\tau}(n)$	$\leq \lfloor \frac{2n-2}{3} \rfloor$
SbPRPT	$\lceil \frac{n}{2} \rceil \leq$	$D_{\rho_p\tau_p}(n)$	$\leq n - \log_{\frac{9}{2}} n$
SbSigPRPT	$\lceil \frac{n}{2} \rceil + 1 \leq$	$D_{\bar{\rho}_p\tau_p}(n)$	$\leq \frac{18n}{11} + O(1)$
SbPRSR	$n - 1 \leq$	$D_{\rho_p\rho_s}(n)$	$\leq \frac{18n}{11} + O(1)$
SbSigPRSigSR	$n \leq$	$D_{\bar{\rho}_p\bar{\rho}_s}(n)$	$\leq 2n - 6$
SbPTST	$\lceil \frac{n-1}{2} \rceil + 1 \leq$	$D_{\tau_p\tau_s}(n)$	$\leq n - \log_{\frac{9}{2}} n$
SbPRPTSRST	$\lceil \frac{n}{2} \rceil \leq$	$D_{\rho_p\tau_p\rho_s\tau_s}(n)$	$\leq n - \log_{\frac{9}{2}} n$
SbSigPRPTSigSRST	$\lceil \frac{n-1}{2} \rceil \leq$	$D_{\bar{\rho}_p\tau_p\bar{\rho}_s\tau_s}(n)$	$\leq n + 1$

Trabalhos

- "*Sorting Permutations by Prefix and Suffix Versions of Reversals and Transpositions*" no LATIN'2014 (*11th Latin American Theoretical INformatics Symposium*), de 31/03/14 a 04/04/14 em Montevidéu, Uruguai
- "*On Sorting of Signed Permutations by Prefix and Suffix Reversals and Transpositions*" no AlCoB'2014 (*1st International Conference on Algorithms for Computational Biology*), de 01/07/14 a 03/07/2014 em Tarragona, Espanha
- "*On the Diameter of Rearrangement Problems*" no AlCoB'2014 (*1st International Conference on Algorithms for Computational Biology*), de 01/07/14 a 03/07/2014 em Tarragona, Espanha

O Problema da Ordenação de Permutações Usando Operações de Prefixo e Sufixo

Proposta de Tese de Doutorado

Obrigada!

25 de Abril de 2014

Referências I

[1] H. Dweighter, "Problem E2569," *American Mathematical Monthly*, vol. 82, p. 1010, 1975.

[2] W. H. Gates and C. H. Papadimitriou, "Bounds for Sorting by Prefix Reversal," *Discrete Mathematics*, vol. 27, no. 1, pp. 47–57, 1979.

[3] Z. Dias and J. Meidanis, "Sorting by Prefix Transpositions," in *Proceedings of the 9th International Symposium on String Processing and Information Retrieval (SPIRE'2002)*, (London, UK), pp. 65–76, Springer-Verlag, 2002.

[4] M. Sharmin, R. Yeasmin, M. Hasan, A. Rahman, and M. S. Rahman, "Pancake Flipping with Two Spatulas," *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 36, pp. 231–238, 2010.

Referências II

[5] P. Berman, S. Hannenhalli, and M. Karpinski, "1.375-Approximation Algorithm for Sorting by Reversals," in *Proceedings of the 10th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'2002)*, (London, UK), pp. 200–210, Springer-Verlag, 2002.

[6] A. Caprara, "Sorting Permutations by Reversals and Eulerian Cycle Decompositions," *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, vol. 12, no. 1, pp. 91–110, 1999.

[7] S. Hannenhalli and P. A. Pevzner, "Transforming Cabbage into Turnip: Polynomial Algorithm for Sorting Signed Permutations by Reversals," *Journal of the ACM*, vol. 46, no. 1, pp. 1–27, 1999.

[8] I. Elias and T. Hartman, "A 1.375-Approximation Algorithm for Sorting by Transpositions," *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, vol. 3, no. 4, pp. 369–379, 2006.

Referências III

[9] L. Bulteau, G. Fertin, and I. Rusu, “Sorting by Transpositions is Difficult,” *SIAM Journal on Computing*, vol. 26, no. 3, pp. 1148–1180, 2012.

[10] A. Rahman, S. Shatabda, and M. Hasan, “An Approximation Algorithm for Sorting by Reversals and Transpositions,” *Journal of Discrete Algorithms*, vol. 6, no. 3, pp. 449–457, 2008.

[11] M. E. M. T. Walter, Z. Dias, and J. Meidanis, “Reversal and Transposition Distance of Linear Chromosomes,” in *Proceedings of the 5th International Symposium on String Processing and Information Retrieval (SPIRE'1998)*, (Santa Cruz, Bolivia), pp. 96–102, IEEE Computer Society, 1998.

[12] J. Fischer and S. W. Ginzinger, “A 2-Approximation Algorithm for Sorting by Prefix Reversals,” in *Proceedings of the 13th Annual European Conference on Algorithms (ESA'2005)*, (Berlin, Heidelberg), pp. 415–425, Springer-Verlag, 2005.

Referências IV

[13] L. Bulteau, G. Fertin, and I. Rusu, "Pancake Flipping Is Hard," in *Mathematical Foundations of Computer Science 2012*, vol. 7464 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 247–258, Springer Berlin Heidelberg, 2012.

[14] D. S. Cohen and M. Blum, "On the Problem of Sorting Burnt Pancakes," *Discrete Applied Mathematics*, vol. 61, no. 2, pp. 105–120, 1995.

[15] V. Bafna and P. A. Pevzner, "Genome Rearrangements and Sorting by Reversals," in *Proceedings of the 34th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS'1993)*, pp. 148–157, 1993.

[16] H. Eriksson, K. Eriksson, J. Karlander, L. Svensson, and J. Wastlund, "Sorting a Bridge Hand," *Discrete Mathematics*, vol. 241, no. 1-3, pp. 289–300, 2001.

Referências V

[17] M. H. Heydari and I. H. Sudborough, "On the Diameter of the Pancake Network," *Journal of Algorithms*, vol. 25, no. 1, pp. 67–94, 1997.

[18] B. Chitturi, W. Fahle, Z. Meng, L. Morales, C. O. Shields, I. H. Sudborough, and W. Voit, "An $(18/11)n$ Upper Bound for Sorting by Prefix Reversals," *Theoretical Computer Science*, vol. 410, no. 36, pp. 3372–3390, 2009.

[19] J. Cibulka, "On Average and Highest Number of Flips in Pancake Sorting," *Theoretical Computer Science*, vol. 412, no. 8-10, pp. 822–834, 2011.

[20] A. Labarre, "Edit Distances and Factorisations of Even Permutations," in *Proceedings of the 16th Annual European Symposium on Algorithms (ESA'2008)*, (Berlin, Heidelberg), pp. 635–646, Springer-Verlag, 2008.

Referências VI

[21] B. Chitturi and I. H. Sudborough, "Bounding Prefix Transposition Distance for Strings and Permutations," *Theoretical Computer Science*, vol. 421, pp. 15–24, 2012.

[22] M. Blanchette, T. Kunisawa, and D. Sankoff, "Parametric Genome Rearrangement," *Gene*, vol. 172, no. 1, pp. GC11–GC17, 1996.