ALGORITMOS

Parte I:

1. **O que são?**
2. **O que os caracteriza**

Parte II:

3. **Algoritmos e computadores**
4. **O processo de compilação**
5. **Algoritmos e linguagens de programação**

Parte III:

6. **Algoritmos resolvendo problemas**
7. **Algoritmos e correção**
8. **Resolvem qualquer problema?**
9. **Adianta executá-los?**
10. **Nossa ignorância**

Algoritmos

O que são?

- Algoritmo é uma receita para resolução de um problema

- Exemplo:

  Problema: preparar “bifes à milaneza”

  Algoritmo: precisamos descrever a receita

Algoritmos

O que são?

"Bife à milaneza":

1. Limpar a peça de carne
2. Fatiar a carne em bifes
3. Colocar farinha de rosca em um prato
4. Juntar 2 ovos e mexer
5. Repetir, para cada bife
   5.1) passar o bife na mistura de farinha, nos 2 lados
   5.2) levar bife à frigideira
   5.3) aguardar dourar, virando ambas as faces
   5.4) retirar bife e colocar sobre papel toalha até secar
   5.5) retirar do papel toalha e juntar numa travessa
6. Decorar a travessa com folhas de alface
7. Servir

Algoritmos

O que são?

- Objetos de “consumo” (entrada):
  - carne
  - farinha
  - ovos
  - alface
- Objetos de “apoio” (atores, executores):
  - faca
  - travessa
  - fogão
  - cozinheiro

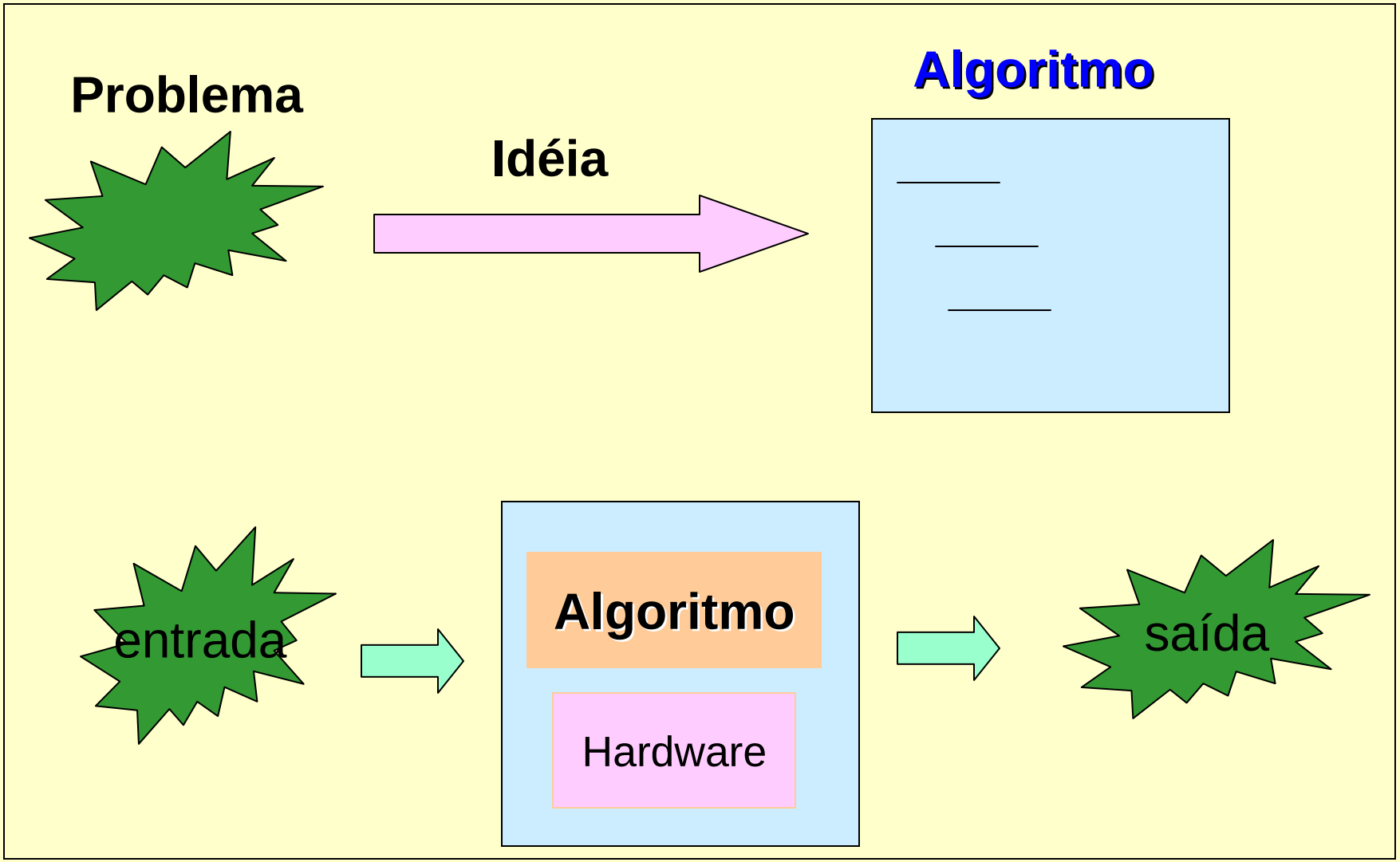
Algoritmos

O que são?

- Objetos "produzidos" (saída):
  - bifes
- Objeto que "controla" o processo (receita):
  - **algoritmo**

Algoritmos

O que são?



Algoritmos

O que são?

Um dos primeiros algoritmos:

Euclides (300 . . . 400 BC): algoritmo para obter o máximo divisor comum de dois inteiros positivos

Século IX (800-899 DC), península arábica/Pérsia:

Matemático **Mohammed al-Khowârizmî**

Cria regras passo-a-passo para se fazer aritmética com algarismos decimais

Em latim:

al-Khowârizmî → algorismus →

algoritmo, algorithm, . . .

Algoritmos

O que são?

Exemplo:

Problema:

achar o máximo divisor comum (MDC) de dois inteiros positivos dados: M e N.

Idéia ?? . . .

Como aprendemos na escola ...

Algoritmo:

1. Se **M=N**, então MDC é **M** (ou **N**); páre
2. Caso a):
   se **(M>N)** então
   substitua **M** por **(M-N)** e repita a partir do passo 1
3. Caso b):
   se **(N>M)** então
   substitua **N** por **(N-M)** e repita a partir do passo 1

Algoritmos

O que são?

Dados:

Dois números inteiros, **M >= 1** e **N >=1**

Saída:

Um número inteiro **Z**, tal que **Z = MDC(M,N)**

Apoio, executores:

Lápis, papel, borracha, humano

Algoritmos

O que são?

Executando a receita: caso particular onde **M=36** e **N=21**

Passo	M	N	Comentários
---	36	21	
1	36	21	36 <> 21
2	15	21	36 - 21 = 15
1	15	21	15 <> 21
2	15	21	não executado: 15 < 21
3	15	6	21 - 15 = 6
1	15	6	15 <> 6
2	9	6	15 - 6 = 9
1	9	6	9 <> 6
2	3	6	9 – 6 = 3
1	3	6	3 <> 6
2	3	6	3 < 6; não executado
3	3	3	6 - 3 = 3
1	3	3	MDC é 3. Páre.

Algoritmo

1. Se **M=N**, então MDC é **M** (ou **N**); páre
2. Caso a):
   se **(M>N)** então
   substitua **M** por **(M-N)** e repita a partir do passo 1
3. Caso b):
   se **(N>M)** então
   substitua **N** por **(N-M)** e repita a partir do passo 1

Algoritmos

O que caracteriza?

1. Algoritmo é formado por um texto finito:

   É a receita dada.

Algoritmos

O que caracteriza?

2. O texto é composto por instruções elementares:
   Elementar depende do contexto:

   – " ... **juntar dois ovos** ..." é elementar para um cozinheiro

   – " ... **substituir M por (M-N)** ..." é elementar para quem domina aritmética básica

   – " ... **se hoje você puder *provar* que a cotação do dólar vai subir 10% no próximo mês, compre $ 1.000,00** ..." não é elementar para mortais normais

Algoritmos

O que caracteriza?

3. O texto é uma receita metódica, passo-a-passo:

   - Passo inicial
   - Passo final
   - Executado um passo, qual o seguinte?

Algoritmos

O que caracteriza?

4. Ao executar:

   – partindo de **dados válidos**, deve sempre **terminar**.

   – partindo de **dados inválidos**, pode produzir **lixo**, ou mesmo **não terminar**.

   – parte **difícil de garantir**.

Algoritmos

O que caracteriza?

Exemplo: algoritmo do MDC sempre pára quando M >= 1 e N >= 1:

- Cada execução dos passos 2 ou 3,
  M ou N diminuem; logo (M+N) diminui.
- M e N sempre são >= 1
  iniciam assim;
  M - N >= 1, se M > N
  N - M >= 1, se N > M
- Não podemos passar de M=N=1
  Nesse caso, MDC = 1 e **pára.**

1. Se **M=N**, então MDC é **M** (ou **N**); páre
2. Caso a):
   se **(M>N)** então
   substitua **M** por **(M-N)** e repita a partir do passo 1
3. Caso b):
   se **(N>M)** então
   substitua **N** por **(N-M)** e repita a partir do passo 1

Algoritmos

O que caracteriza?

Exemplo: e com dados inválidos?

Iniciando com M = 3 e N = -1

Passo	M	N	Comentários
1	3	-1	-1 <> 3
2	4	-1	3 > -1; 3 - (-1) = 4
1	4	-1	-1 <> 4
2	5	-1	4 <> -1; 4 - (-1) = 5
1	5	-1	-1 <> 5
2	6	-1	5 <> -1; 5 - (-1) = 6
. . .			repete esse padrão
não pára			não vai parar nunca

1. Se **M=N**, então MDC é **M** (ou **N**); páre
2. Caso a):
   se **(M>N)** então
   substitua **M** por **(M-N)** e repita a partir do passo 1
3. Caso b):
   se **(N>M)** então
   substitua **N** por **(N-M)** e repita a partir do passo 1

Algoritmos

... e computadores

- Algoritmo:

  programa, software ...

- Computador, HD, disquete, ... :

  hardware, executores, atores

- Entrada:

  teclado, mouse, sensores, ...

- Saída:

  monitor, impressora, ...

Algoritmos

... e computadores

Características dos algoritmos como software:

1. Texto finito:

   todo programa tem um texto (talvez muitas linhas) finito .....

2. Instruções elementares:

   elementares para o computador onde o software vai executar.

   Dificuldades:

   - Cada computador tem um **particular** conjunto de instruções básicas
   - Instruções do computador são **muito primitivas**

   Solução: escrever algoritmos em uma **linguagem de programação** (**C**, **C++**, **JAVA**, **FORTRAN**, . . .)

   ⇒ **Programa (software): texto** escrito numa particular **LP**

Algoritmos

... e computadores

Características dos algoritmos como software (cont):

3. Receita metódica:

   texto escrito numa LP é **preciso** e **sem ambigüidades**

4. Terminação:

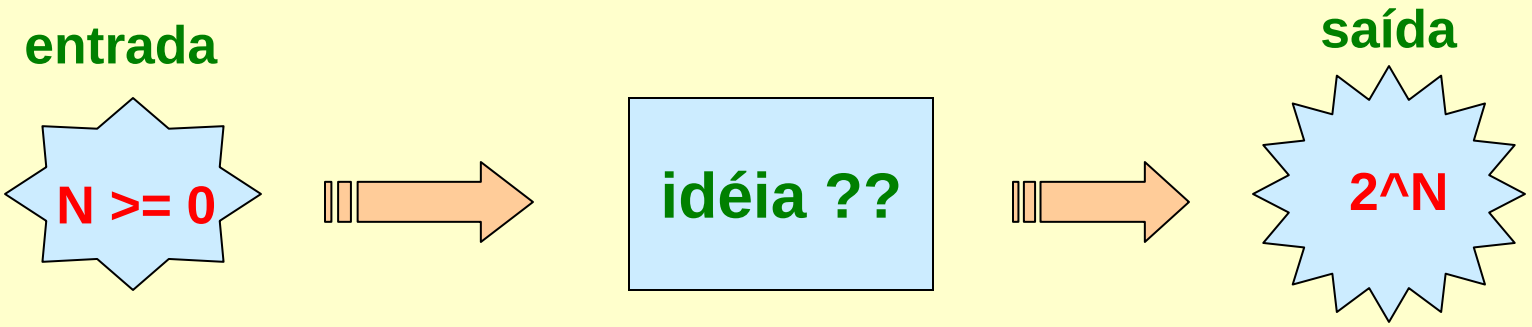
   1. **Grande desafio**: texto escrito numa LP **não deixa isso claro**.
   2. **Problema** no desenvolvimento de software: execução sem terminação (i.e. sem “loops”).

Algoritmos

... e computadores

Exemplo:

Problema: dado um número N >= 0, calcular 2^N



Algoritmos

... e computadores

Exemplo (cont):

Idéia:

$2^N = 1 \underbrace{x2x2x \ldots x2}_{N \text{ vezes}}$ (quando N = 0, 2^0 = 1)

Algoritmo:

1. Copie o valor de N para Z
2. Copie o valor 1 para P
3. Enquanto (Z > 0) faça
   - 3.1 Novo valor de P é 2x(valor atual de P)
   - 3.2 Novo valor de Z é (valor atual de Z) - 1
4. Resposta está em P; páre

Algoritmos

... e computadores

Exemplo (cont):

Escrevendo texto numa LP, p. ex. em **C**

```
. . . .

Z = N;

P = 1;
while (Z>0) do

 {
    P = 2xP;
    Z = Z – 1;
 }

 . . . .
```

1. Copie o valor de N para Z
2. Copie o valor 1 para P
3. Enquanto (Z > 0) faça
   3.1 Novo valor de P é
   2x(valor atual de P)
   3.2 Novo valor de Z é
   (valor atual de Z) - 1
4. Resposta está em P; páre

Algoritmos

... e compilação

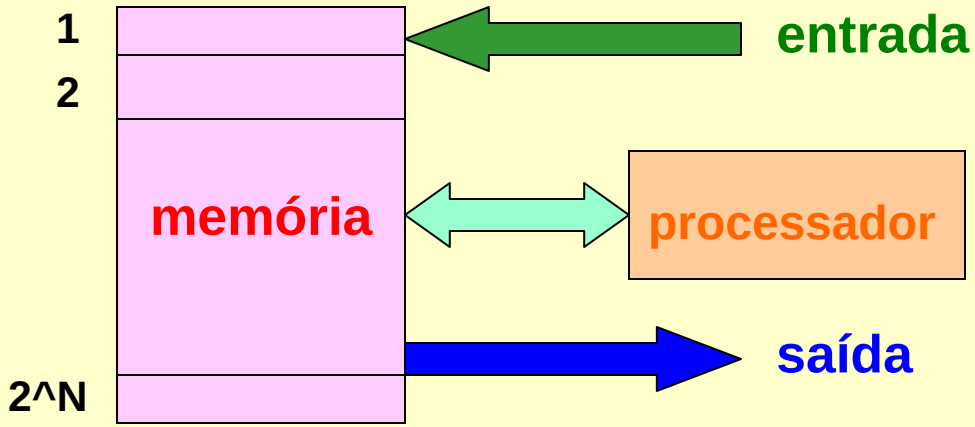
Um computador é, essencialmente, uma máquina programável muito "primitiva"

- **instruções elementares** (de máquina) primitivas
- lidam apenas com **pequenas cadeias** de "bits"
- realizam **operações muito simples** sobre essas cadeias de bits
  - **trocar um bit** (de 0 para 1, ou de 1 para 0), dependendo do valor atual de outro bit
  - **armazenar na memória** uma cadeia de bits
  - **recuperar da memória** uma cadeia de bits

Algoritmos

... e compilação

Arquitetura básica simplificada:



Memória

N	2^N	Bytes
10	1024	1 K
20	1048576	1 M
27	134217728	128 M
30	1073741824	1 G
32	4294967296	4 G

1 byte = 8 bits

Algoritmos

... e compilação

Arquitetura básica simplificada (cont):

- Formado por memória (grande), processador e circuitos de entrada e de saída
- Processador executa instruções elementares **específicas dessa máquina**
  - inclusive armazenamento e recuperação de dados da memória
- Processador e circuitos de e/s **recebem dados** das entradas e **exibem dados** nas saídas

Algoritmos

... e compilação

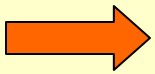
Compilação:

- Processo de traduzir programas escritos em uma particular LP para código em instruções básicas de uma máquina específica
- Tradução de LP para linguagem de máquina:
  - **Dificuldades**: processo laborioso, entediante e sujeito a erros.
  - **Solução**: Escrever um programa para fazer a tradução

→ Esse programa é um **compilador**

Algoritmos

... e compilação



Para cada LP e cada computador (processador), um compilador específico

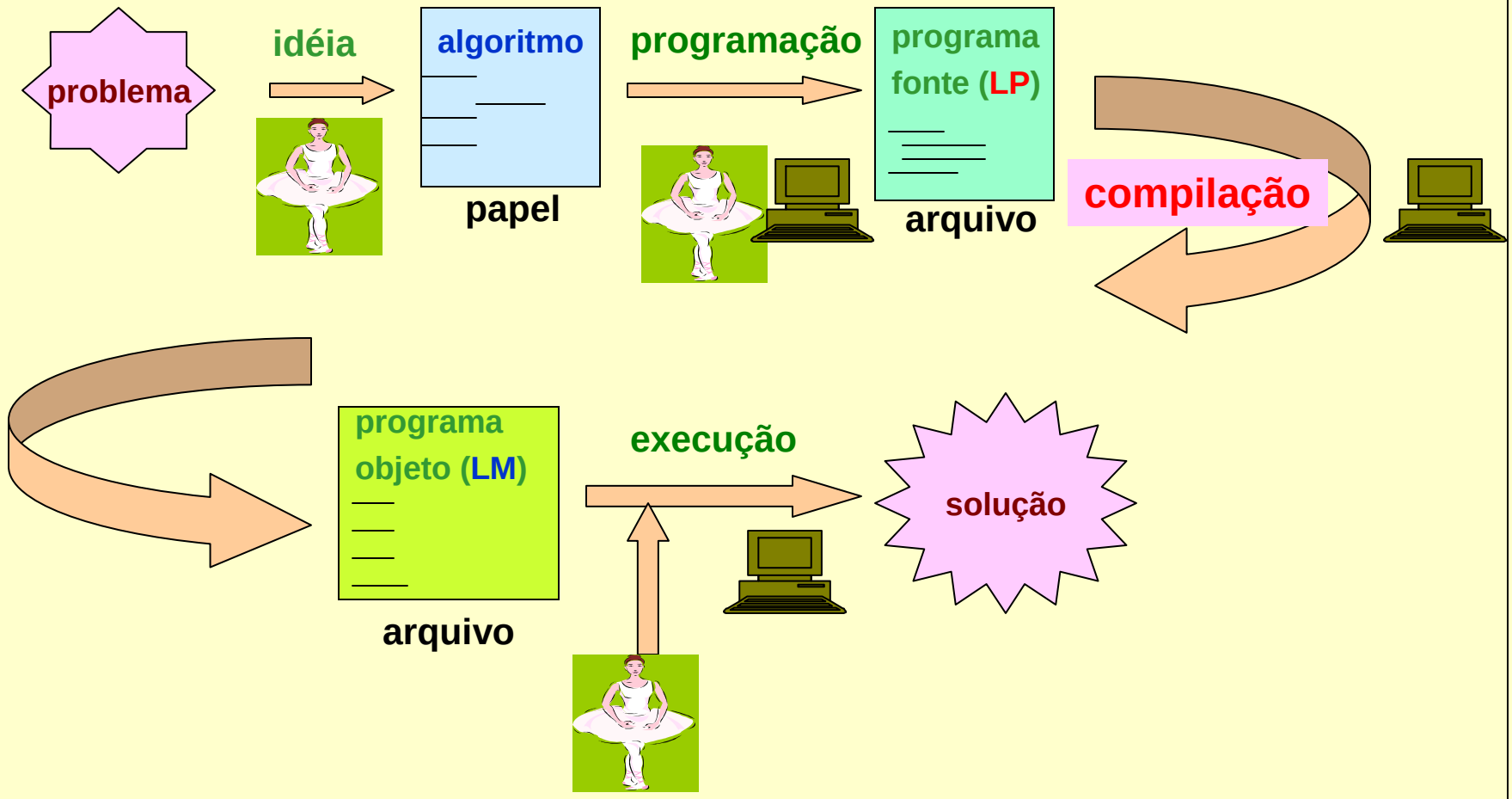
Existem milhares de LPs:

- FORTRAN: científica, mais antiga
- ALGOL, **C**, PASCAL: estruturadas, generalistas
- **C++**, C#, JAVA : lidam com tecnologia de objetos
- LISP, PROLOG: voltadas para IA
- . . . (muitas outras)

Algoritmos

... e compilação

O processo de compilação/edição/execução:



Algoritmos

... e compilação

- **Codificação/compilação/execução:**
  - permite **executar** um **algoritmo** em um **computador**
    - obtém **solução** para problemas
    - rapidamente (?!)

- **Algoritmo:**
  - **centro** do universo
  - demais componentes são **acessórios**
  - "Ciências da Computação": estudo de **algoritmos**
  - "Inteligência de um computador": algoritmos programados

Algoritmos ... e linguagens de programação

- **Pessoas codificam algoritmos em LPs**
- **Que tipos de instruções (em geral) estão presentes em uma LP?**
  - **Atribuição**:

    A = E;
  - **Seqüenciamento**:

    . . . faça A; faça B; . . .

    . . .

    faça A;

    faça B;

    . . .

Algoritmos ... e linguagens de programação

- **Tipos de instruções (em geral) em uma LP (cont):**
  - **Desvio condicional**:
    . . . se (A é verdade) então (faça B) senão (faça C); . . .
    . . . se (A é verdade) então (faça B); . . .
  - **Iterações**:
    . . . faça A exatamente N vezes; . . .
    . . . repita A até que (Q seja verdade); . . .
    . . . enquanto (Q é verdade) faça A; . . .
  - **Inúmeras outras**, mais sofisticadas, dependendo da LP

Algoritmos ... e linguagens de programação

Como dados são representados e manipulados em LPs?

- Valores dos dados são **armazenados** na **memória**
- A memória é referenciada através de **variáveis**:
  - **Variável**: um **nome simbólico** que designa uma, ou mais, posições na memória
    - **Exemplo: X, Z, D3, CASA_DE_PEDRA, . . .**
  - A cada variável está associado um tipo de dados
    - O número de posições de memória ocupadas pela variável depende do seu tipo
    - As operações e manipulações permitidas com o valor e uma variável dependem de seu tipo

Algoritmos ... e linguagens de programação

Que tipos de dados (em geral) estão presentes em uma LP?

- **Tipos básicos**:
  - Valores inteiros, valores fracionários (ou quase...); valores binários (0 ou 1); . . .

Exemplos:

- X é uma variável de tipo inteiro (posição e memória onde se pode armazenar inteiros):
  - X = -1: carrega valor -1 na posição de memória correspondente a X
  - X = 2*X: recupera o valor armazenado na posição de memória correspondente a X, multiplica por 2 e (re)armazena o resultado na mesma posição de memória associada a X
- X é uma variável de tipo fracionário:
  - X = 0.7856: carrega esse valor em X
  - X = cos(X): calcula coseno de X e recarrega o resultado em X

Algoritmos ... e linguagens de programação

Que tipos de dados (em geral) estão presentes em uma LP (cont):

- **Vetores**: seqüência indexada de valores de mesmo tipo

Exemplo: X é um vetor, indexado de 1 a 5, de tipo inteiro

X

1	2	3	4	5
?	?	?	?	?

X[2] = 0

X

1	2	3	4	5
?	0	?	?	?

X[5] = X[2] + 3

X

1	2	3	4	5
?	0	?	?	3

I é variável de tipo inteiro e seu valor é 4

X[I-1] = X[2] - X[I+1]

X

1	2	3	4	5
?	0	-3	?	3

Algoritmos ... e linguagens de programação

Problema: temos um vetor de dimensão N, onde cada cela contém um número inteiro. Devemos ordenar o vetor em ordem crescente, i.e., os valores contidos nas celas crescem da esquerda para a direita

Exemplo:

entrada **X**

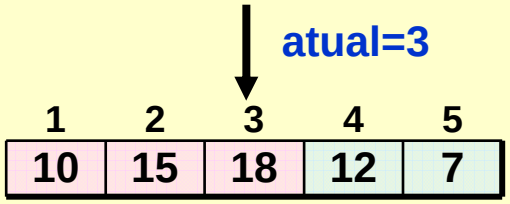
1	2	3	4	5
15	10	18	12	7

saída **X**

1	2	3	4	5
7	10	12	15	18

Idéia: **?!?**

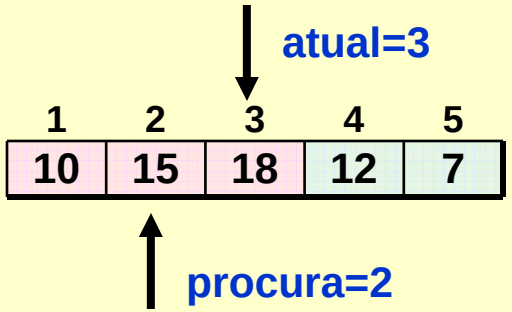
Se 3 primeiras celas ordenadas: X



1. Próximo valor no vetor é X[atual+1] = 12

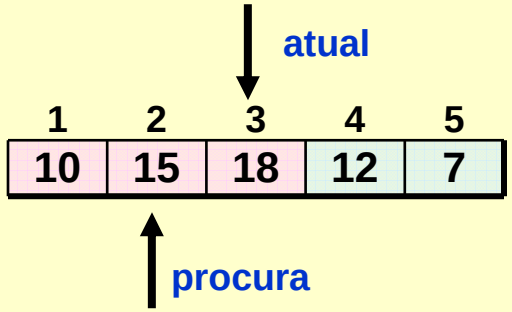
2. Procura posição de 12 na parte já ordenada:

   deve entrar na posição 2

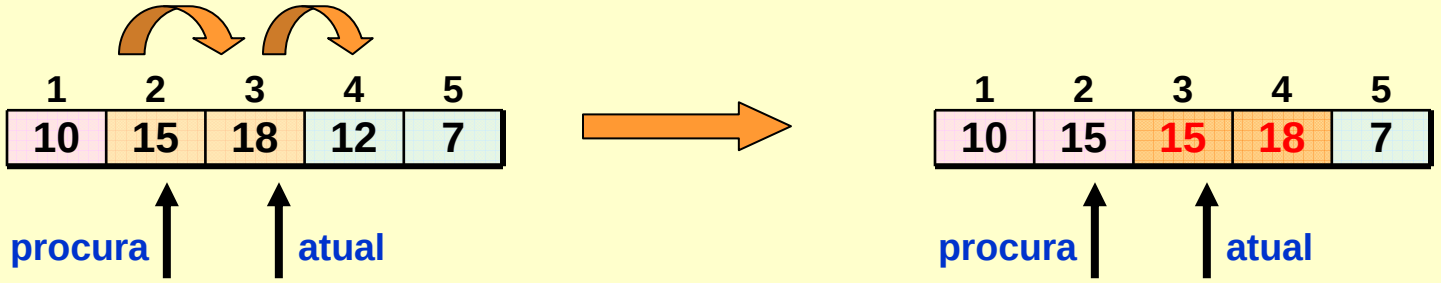


3. Salva valor de X[atual+1] na variável PROX:

PROX = X[atual+1] = 12

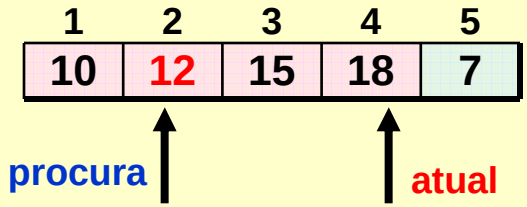


4. Desloca bloco para direita:

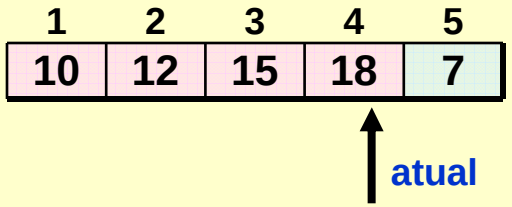


5. Insere valor de PROX e avança atual:

X[procura] = PROX; atual = atual+1

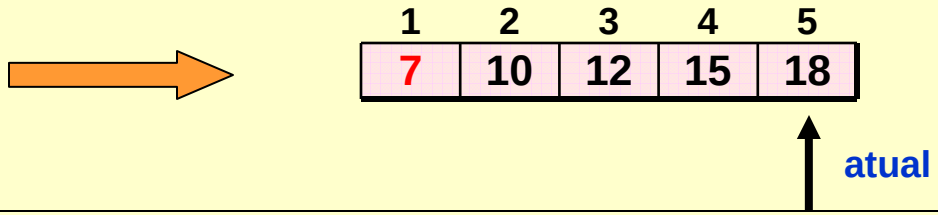


Ordenação avançou de uma posição para a direita



4 primeiras celas estão ordenadas!

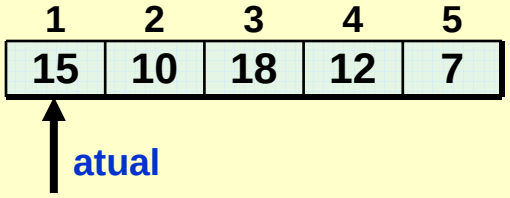
Repete o processo:



Algoritmos ... e linguagens de programação

Como começar ?

– Indicando que a parte ordenada contém inicialmente um elemento



•Até posição atual tudo já ordenado: trivialmente

Precisamos escrever essa idéia numa LP !

Algoritmos ... e linguagens de programação

Traduzindo numa LP: (assumindo tamanho do vetor é N >= 1)

```
atual = 1;
faça
{   prox = x[atual+1];  procura = 1;
    enquanto (prox > x[procura]) faça procura = procura+1;
    se (procura <= atual) então
          { desloca = atual;
            enquanto (desloca >= procura) faça
                { x[desloca+1] = x[desloca]; desloca = desloca-1; }
          }
     x[procura] = prox;
} exatamente (N-1) vezes;
```

Algoritmos ... resolvendo problemas

- **Entender bem o problema** a ser resolvido:
  - separar dados de entrada válidos de inválidos
  - definir como será representada a solução na saída
- **Criar uma idéia** para resolver o problema
  - desenvolver o **algoritmo**
  - processo criativo, rascunho, lápis e papel ...
  - simular execução do algoritmo em casos de fronteira
  - verificar correção e término
- Traduzir a idéia para uma LP, escrevendo um programa
  - restrito aos comandos e tipos de dados da LP
- **==> Criar o algoritmo adaptado à LP**
  - estruturas que correspondam a tipos de dados da LP
  - ações facilmente programáveis na LP
- Editar/compilar/executar o programa
  - processo iterativo para retirar erros (algoritmo e código)

Algoritmos

... correção

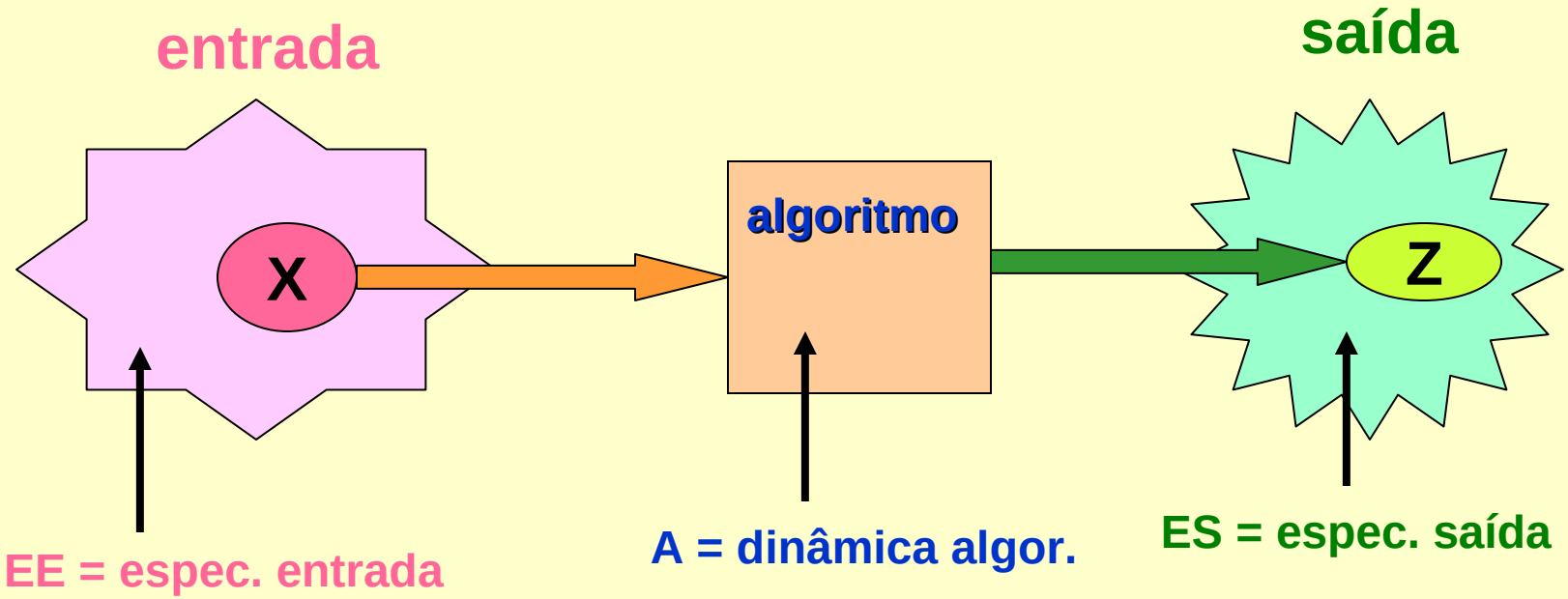
O algoritmo corretamente soluciona o problema?

Provar um teorema (como em matemática) mostrando que o **algoritmo é correto:**

- processo de "**convencimento dos pares**"
- possível exibir uma "**prova formal**" da correção?
- **Dificuldades:**
  - **precisão e rigor** ao descrever a **execução** do algoritmo
  - **especificar formalmente dados** de entrada e a saída
- **Solução:**
  - prover uma **semântica** (descrição formal dos **efeitos dinâmicos**) para as instruções da LP
  - usar **linguagens de especificação de dados** (lógicas, ...)

Algoritmos

... correção



Se EE(X) é verdadeiro

Se Z = A(X)

Então ES(Z) é verdadeiro

Algoritmos

... correção

Exemplo (simplificado): **problema da ordenação** do vetor

Linguagem de especificação de dados

- **Entrada:**
  - **n** $\in$ $\mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ é o conjunto dos naturais; dimensão do vetor)
  - **vi** $\in$ $\mathbb{Z}$, **1 ≤ i ≤ n** ($\mathbb{Z}$ é o conjunto dos inteiros)
- **Saída:**
  - **v'i ≤ v'(i+1)**, **1 ≤ i < n**
  - **v'1, v'2, ..., v'n** é uma permutação de **v1, v2, ..., vn**

Algoritmos

... correção

Exemplo (simplificado): **problema da ordenação** do vetor

Semântica das instruções da LP: alteram a memória

Memória: posições (variáveis) usadas no programa

[(n, v1, ..., vn), (atual, desloca, prox, procura)]

Cada instrução da LP altera a memória

[(n, v1, ..., vn), (atual, desloca, prox, procura)]

[(n´, v1´, ..., vn´), (atual´, desloca´, prox´, procura´)]

Algoritmos

... correção

Exemplo: instrução atual = 1

[(n, v1, ..., vn), (atual, desloca, prox, procura)]

atual = 1

[(n´, v1´, ..., vn´), (atual´, desloca´, prox´, procura´)]

n´=n; vi´=vi, 1 ≤ i ≤ n; atual´=1;

desloca´=desloca; prox´=prox; procura´=procura

Outras instruções da LP: transformações mais sofisticadas, porém semelhantes

Algoritmos

... correção

Execução correta do programa:

(configuração inicial da memória)

$[(n, v1, ..., vn), (atual, desloca, prox, procura)]$

$n \in \mathbb{N}$

$vi \in \mathbb{Z},\ 1 \leq i \leq n$

instruções do programa

$[(n', v1', ..., vn'), (atual', desloca', prox', procura')]$

(configuração final da memória)

$n' = n$

$v'i \leq v'(i+1),\ 1 \leq i < n$

$v'1, . . ., v'n$ é uma permutação de $v1, . . . , vn$

Algoritmos

... correção

Terminação:

Mostrou que, **SE** o programa parte de uma **configuração inicial** e chega numa **configuração final**, **ENTÃO** o resultado está **correto**:

- Precisa **AINDA** mostrar que o programa **SEMPRE** chega numa **configuração final**
- Bem mais complexo: envolve uma indução

Algoritmos

... correção

Outras dificuldades na prova de correção:

- **Tempo real:**
  - há a noção de **tempo real** na LP: " ... o sensor 17 deve indicar 3,14 em até 2,6 ms ..."
- **O programa naturalmente não pára:**
  - sistemas iterativos, sistemas operacionais, páginas na teia, ...
  - computação "infinita"
- **A LP abriga "orientação a objetos"**
- **... várias outras ...**

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Questão:

Dado um problema **P**, sempre haverá um **algoritmo** que resolva **P** corretamente?

- **P** deve ser um problema prático, fácil de enunciar
  - ordenar um vetor de números,
  - calcular produto de matrizes, . . .

- O **algoritmo A** que resolve **P** deve funcionar corretamente em todas as (infinitas) entradas de **P**
  - todos os vetores, carregados com inteiros quaisquer
  - quaisquer duas matrizes de quaisquer dimensões compatíveis entre si

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

A Ciência da Computação tem a resposta para a questão

SURPRESA ! ! !

NÃO. Há **problemas** para os quais **NÃO EXISTE** algoritmos capazes de resolve-los corretamente.

Com mais tecnologia (computadores mais rápidos, mais memória) e dado tempo suficiente para rodar o programa, poderemos resolver esses problemas, no futuro, certo?

NÃO

Computador nenhum vai resolver esses problemas, nem hoje, nem amanhã, nem nunca; nem aqui, nem em Marte, em lugar algum; rodando qualquer programa por quanto tempo quiser (anos,séculos, ...)

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Um problema indecidível (insolúvel) [Harel, "Computers Ltd."]:

Dado um conjunto finito **T** de ladrilhos quadrados:

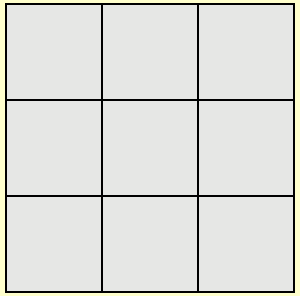
Problema: podemos ladrilhar qualquer grade quadrada com ladrilhos de tipo **T**, casando as cores das faces que se tocam? **SIM** ou **NÃO**?

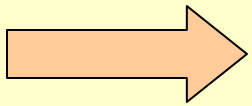
- pode usar quantos ladrilhos quiser, de cada tipo
- os ladrilhos não podem ser girados

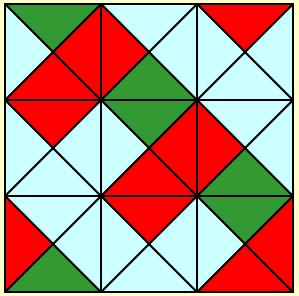
Algoritmos

... resolvem qualquer problema?

Exemplo 1:



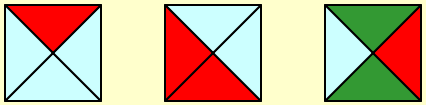


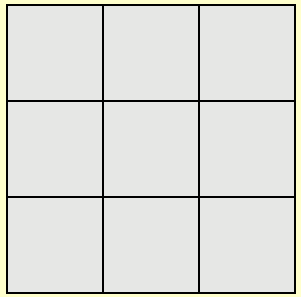


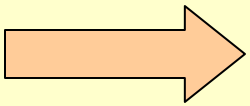
consegue para toda região do plano

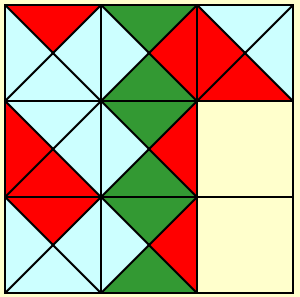
SIM!

Exemplo 2:









todas as outras possibilidades falham nessa região

NÃO!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Problema de ladrilhar toda região do plano:

NENHUM computador **JAMAIS** vai conseguir resolver esse problema, nem agora, nem nunca, nem com **QUALQUER** melhoria de tecnologia, nem com **QUALQUER** tamanho de memória, nemcom **QUALQUER** tempo de execução

Podemos demonstrar isso, matematicamente!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Um problema decidível (solúvel) [Harel, "Computers Ltd."]:

Dado um conjunto finito **T** de ladrilhos quadrados:

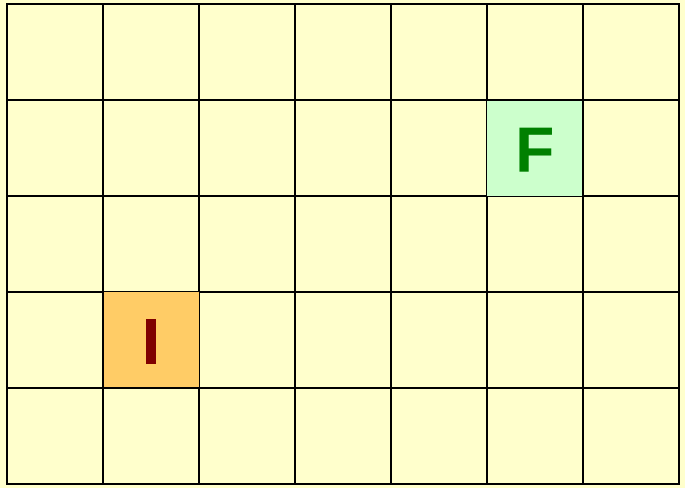
Dadas duas posições ("**I**" e "**F**") na grade infinita do plano

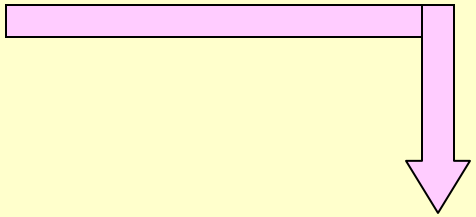
Problema: podemos ladrilhar um caminho na grade, partindo de "**I**" e chegando em "**F**", com ladrilhos de tipo **T**, e casando as cores das faces que se tocam? **SIM** ou **NÃO**?

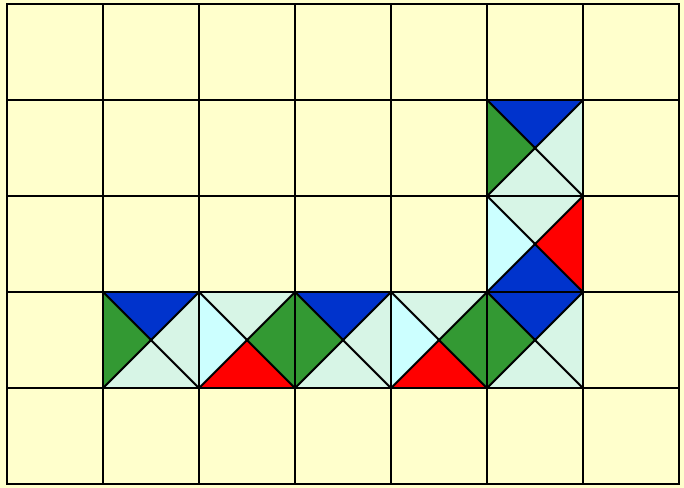
- pode usar quantos ladrilhos quiser, de cada tipo
- os ladrilhos não podem ser girados

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Exemplo:







Com **esses** ladrilhos

Com **essas** posições **I** e **F**

SIM!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Problema de ladrilhar um caminho entre duas posições:

EXISTE um **algoritmo** que **decide se há**, ou **se não há**, o caminho entre as duas posições dadas, usando ladrilhos do conjunto dado

Podemos **exibir** o **algoritmo** e **mostrar** sua **correção** e **terminação**, não importa qual o conjunto **T** dado e não importa quais as posições **I** e **F** dadas

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Ladrilhar caminhos (levem. modificado) [Harel, "Computers Ltd."]:

Dado um conjunto finito **T** de ladrilhos quadrados:

Dadas duas posições ("**I**" e "**F**") na grade infinita do **SEMI-plano**

Problema: podemos ladrilhar um caminho na grade, partindo de "**I**" e chegando em "**F**", com ladrilhos de tipo **T**, e casando as cores das faces que se tocam? **SIM** ou **NÃO**?

- pode usar quantos ladrilhos quiser, de cada tipo
- os ladrilhos não podem ser girados

Não é permitido que o caminho cruze uma dada linha horizontal, que divide o plano em dois semi-planos

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Problema de ladrilhar caminhos no semi-plano:

O problema, agora, torna-se INDECIDÍVEL!

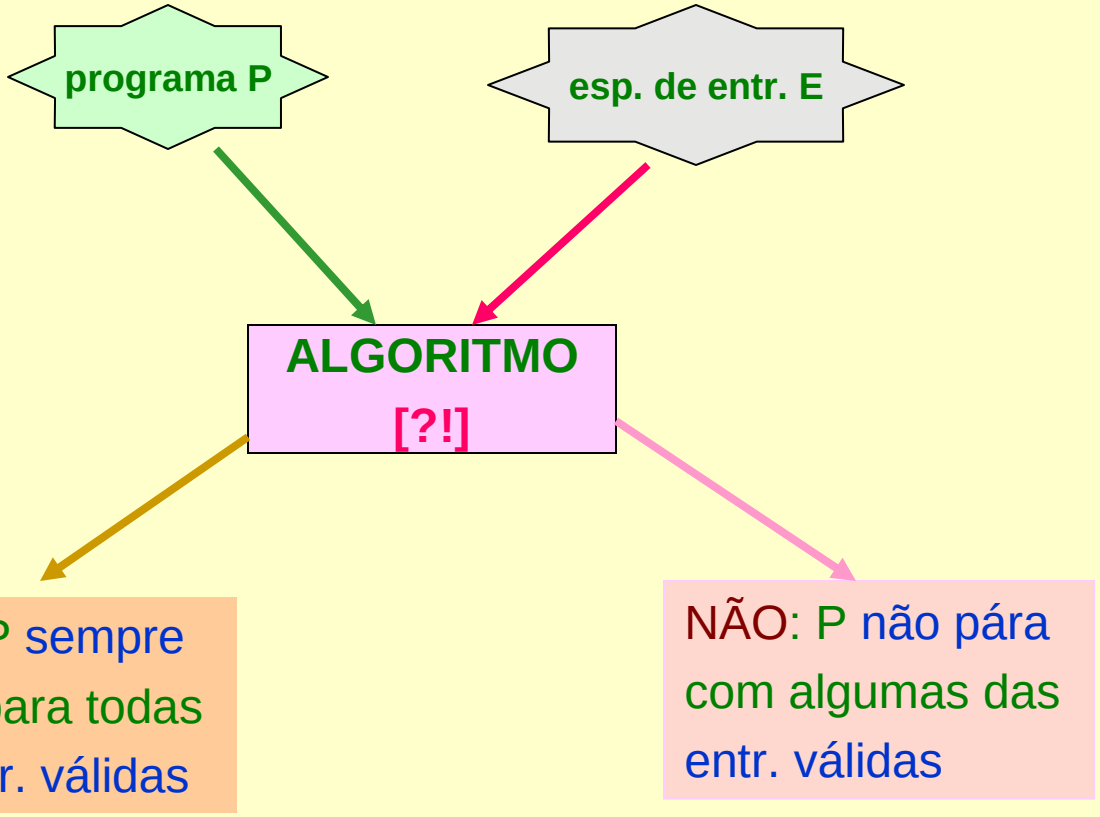
NENHUM computador **JAMAIS** vai conseguir **resolver** esse problema, nem agora, . . .

Podemos demonstrar isso, matematicamente!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Outro exemplo:

verificador de "loops" em programas em C



Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Problema de verificar "loops" com entradas válidas:

O algoritmo (programa verificador) não existe!

NENHUM computador **JAMAIS** vai conseguir testar se, dado um programa qualquer **P** (escrito em **C**), dada uma especificação das entradas válidas para **P**, **SE EXISTE** alguma entrada válida que force P a não parar (**P** entraria em "loop") quando executa com aquela entrada.

Podemos demonstrar isso, matematicamente!

Algoritmos ... adianta executá-los?

Dado um problema **P**, e conseguido um algoritmo **A** para **P**, então podemos resolver qualquer instância de **P**, com dados de entrada **E**, executando **A** sobre os dados **E**.

CORRETO?

NEM SEMPRE:

- ao executar sobre **E**, o algoritmo **A** pode precisar de um **tempo muito longo** (anos, séculos, milhões de séculos, ...)
- ao executar sobre **E**, o algoritmo **A** pode precisar de um **muita memória** (vários GBs, muitos milhões de GBs, ...)

Nesses casos, **A** é um algoritmo **imprestável!**

Algoritmos

... adianta executá-los?

Se **A** é um algoritmo ruim, então basta criar outro algoritmo para **P**, que seja **mais eficiente** (em tempo e/ou em memória)

CORRETO?

SURPRESA !!!

Pode ser que **NÃO EXISTA** um algoritmo **mais eficiente** do que **A** para resolver **P** **e** **p**odemos **provar** isso matematicamente!

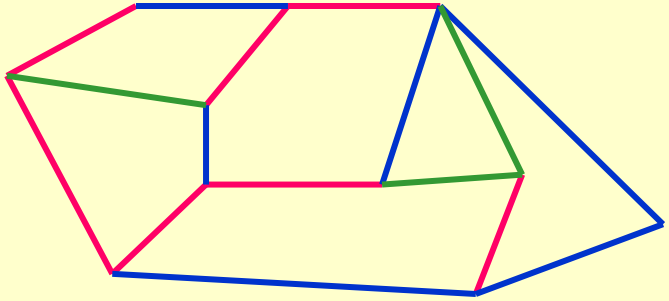
P é um problema **computável**, porém **intratável**

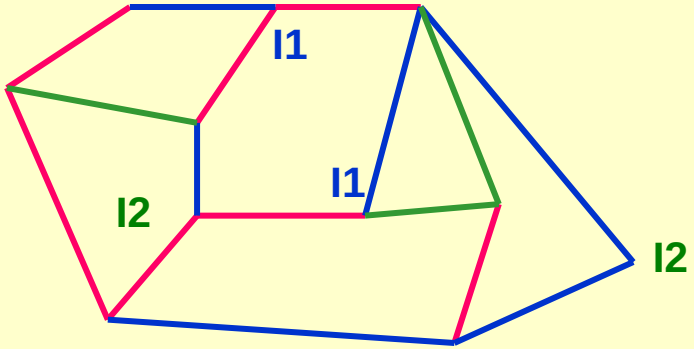
Algoritmos

... adianta executá-los?

Exemplo: O jogo do bloqueio [Harel, op. cit.]

Dado um mapa rodoviário:



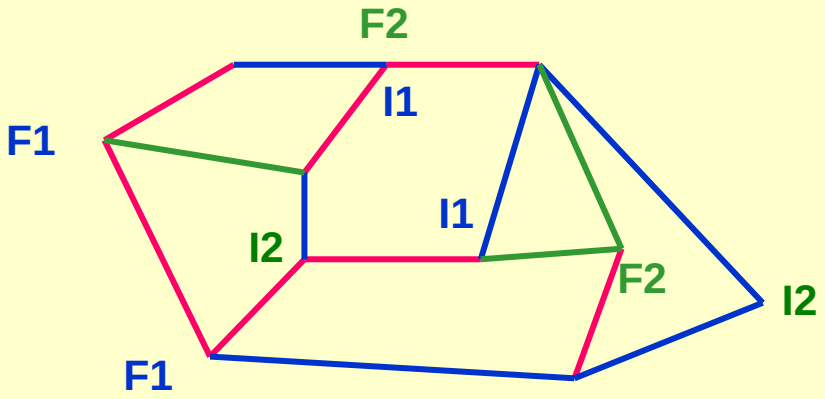


Posições iniciais de **J1** (jogador **1**): **I1**

Posições iniciais de **J2** (jogador **2**): **I2**

Posições finais de **J1**: **F1**

Posições finais de **J2**: **F2**



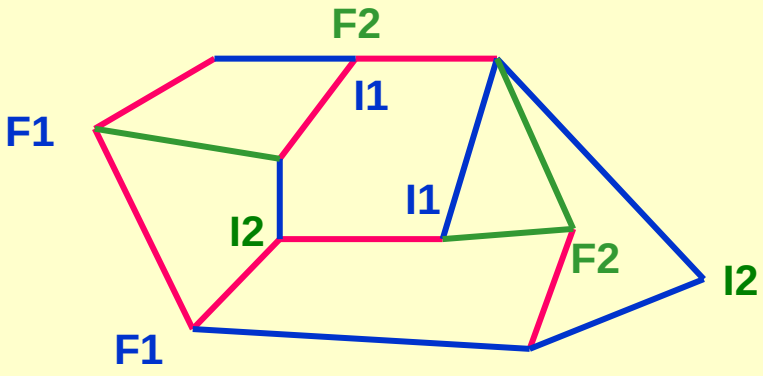
Algoritmos

... adianta executá-los?

Problema: Será que o jogador **J1** tem uma **estratégia vencedora**?

Regras de movimentos:

- **J1** inicia; depois os jogadores se alternam.
- Em **um movimento**, um jogador pode percorrer **qualquer trecho** (concatenado) de **mesma cor**, partindo de uma posição ocupada por si
  - não pode passar por intersecções ocupadas (por si ou pelo adversário)
  - ponto final deve estar também desocupado
- **Vencedor:** aquele jogador que chegar a um **ponto final** primeiro



Nesse mapa, nessas posições iniciais e finais

J1 TEM estratégia (seq. de movimentos) sempre vencedora

Algoritmos ... adianta executá-los?

Jogo do bloqueio:

Algoritmo A:

- De forma **sistemática**, tente **todas as possibilidades** de seqüências alternadas de movimentos, começando com **J1**

Possível:

- número finito de possibilidades

Dificuldade:

- o número de possibilidades é enorme
  - para cada movimento de **J1**, deve tentar todos os movimentos de **J2**
  - para cada movimento de **J2**, deve tentar todos os movimentos de **J1**

Algoritmos ... adianta executá-los?

Estimando o tempo de execução do algoritmo A:

Uma quantidade, **N**, mede o "tamanho" (num. de bits na representação) da entrada

-- por exemplo, **N** pode ser o número de intersecções, ou o número de vias, ou ....

Tempo de execução dado pela contagem do **número de passos elementares** que **A** executa, no **pior caso**, para entradas de tamanho **N** é dado pela função **f(N) = 2^N**.

Algoritmos

... adianta executá-los?

Tempo de execução do algoritmo A:

Em um computador que realiza **1 milhão** de passos elementares **por segundo**, o tempo de execução de **A** seria

n	10	20	50	60	100	200
f(n)=2^n	1 ms	1 s	35.7 anos	3.000 anos	+ 400 trilhões anos	num. séc. tem 45 dígitos!

Impraticável para 50 ou mais cidades

Rodando **A** em um computador **10.000** vezes mais rápido

n	50	60	100	200
f(n)=2^n	1,29 dias	3 anos	+ 40 bilhões séc.	num. séc. tem 41 dígitos!

Impraticável para 60 ou mais cidades: **quase nada muda**!

Algoritmos ... adianta executá-los?

Algoritmo A não é bom para o problema do bloqueio:

Precisamos de outro **algoritmo**, **mais eficiente**

O que é um algoritmo "**eficiente**"?

- **N**: é o tamanho de uma entrada válida
- **f(N)**: quantos passos, no máximo, **A** executa com entradas de tamanho **N**

Algoritmos

... adianta executá-los?

com um milhão de passos por segundo

N / f(N)	10	20	50	100	200
N^2	0,1 ms	0,4ms	2,5ms	10ms	40s
N^5	0,1s	3,2s	5,2m	2,8h	3,7dias
2^N	1ms	1s	35,7anos	séculos 400 trilhões	séculos 45 dígitos
N^N	2,8s	3,3 trilhões anos	séculos 70 dígitos	séculos 185 dígitos	séculos 445 dígitos

Algoritmos

... adianta executá-los?

Tempos de execução, de pior caso:

- Polinomiais**:** resultam em algoritmos **eficientes**
- Exponenciais: resultam em algoritmos **não eficientes**

Problemas **tratáveis: têm** algoritmos polinomiais

Problemas **intratáveis: não têm** algoritmos polinomiais

Problema **do bloqueio**: é **intratável**

Algoritmos

... nossa ignorância

Dado um problema P, como saber se é tratável?

SURPRESA!!!

Para **muitos** problemas de **grande interesse prático**, **não sabemos** se são tratáveis ou não!

Essa é um das **maiores questões em aberto** em Ciências da Computação!

Algoritmos

... nossa ignorância

Exemplo: problema do caixeiro viajante

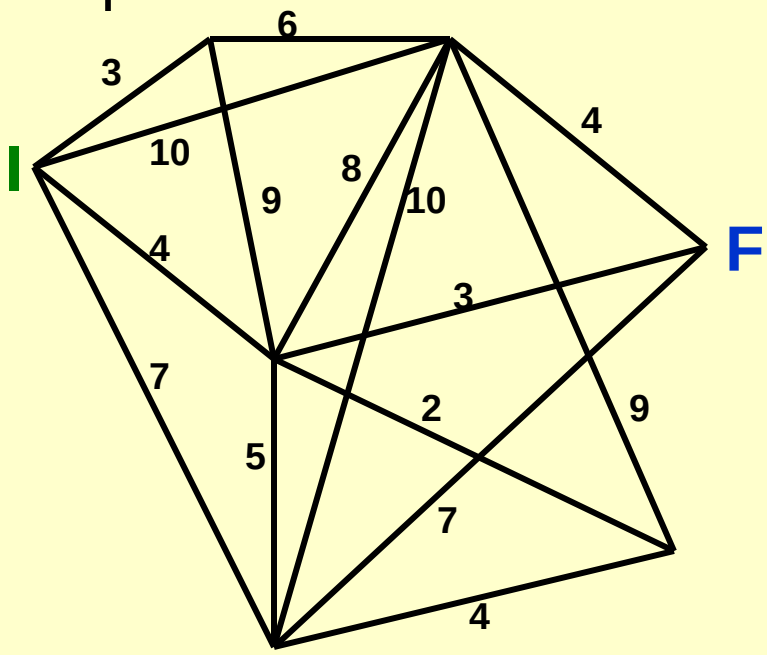
- **Dado**:
  - mapa de cidades, com custo de viagem entre cada par de cidades
  - cidade de início, **I**, cidade de término, **F**
  - um valor **K**
- **Problema**:
  - **existe rota,** de **I** até **F,** visitando as cidades exatamente uma vez
  - com **custo** no **máximo K**? **SIM**/**NÃO**?
- **A notar**:
  - problema de grande interesse prático
  - problema simples de entender

Algoritmos

... nossa ignorância

Instância:

O mapa:



O valor máximo do percurso: **29**

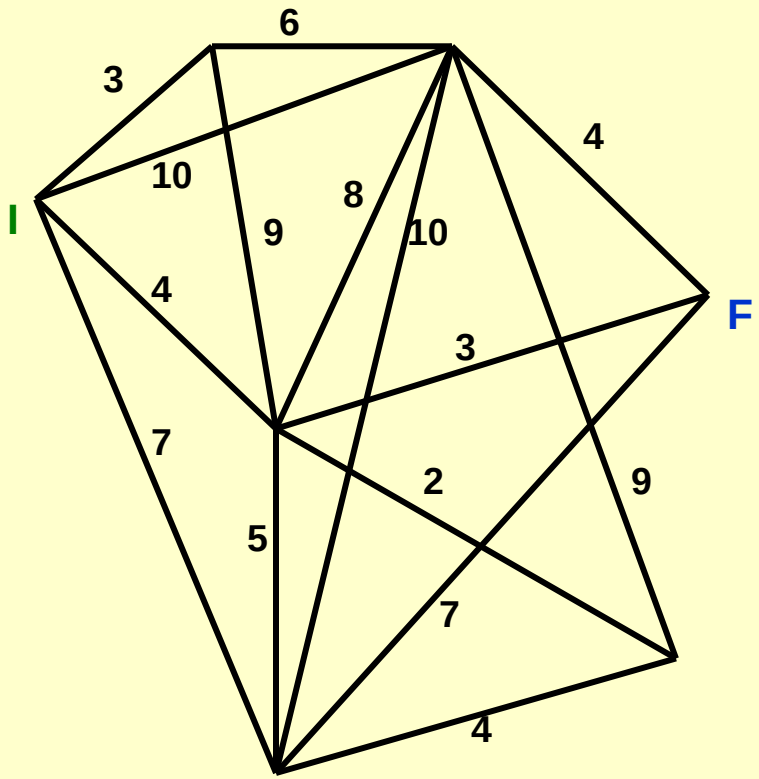
EXISTE um percurso?

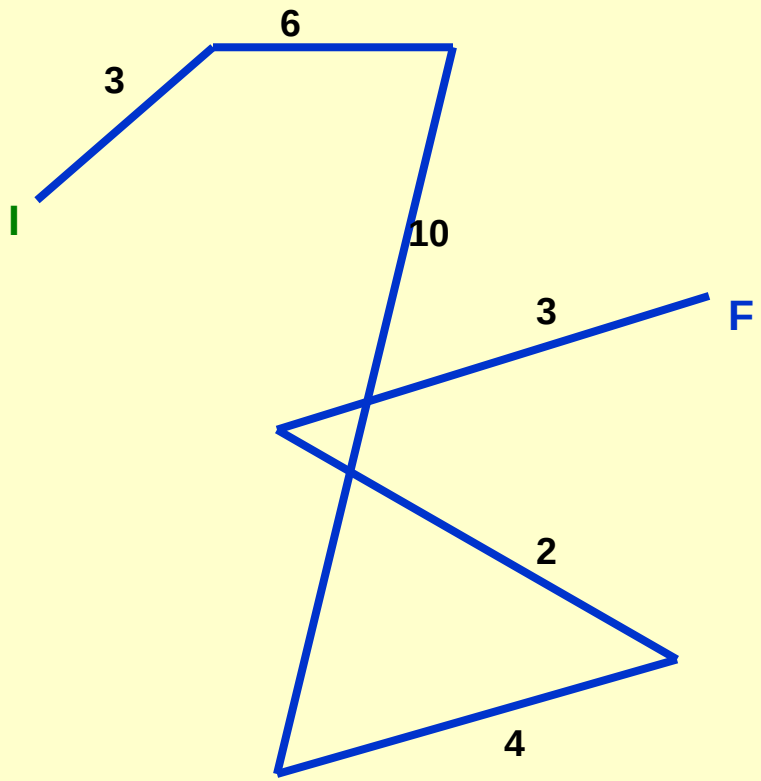
SIM/NÃO

Os pontos **inicial** e **final**

Algoritmos

... nossa ignorância





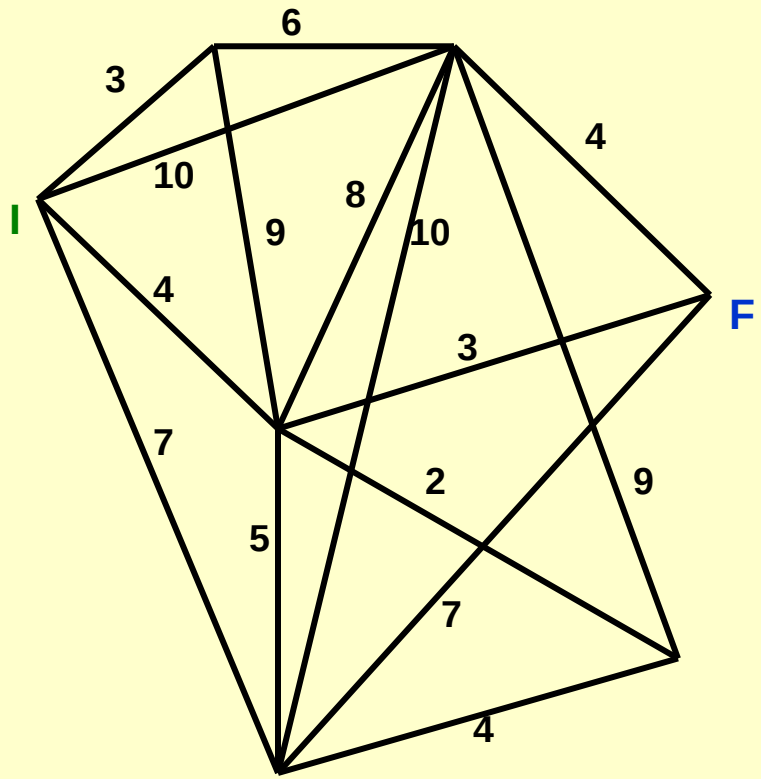
K=29

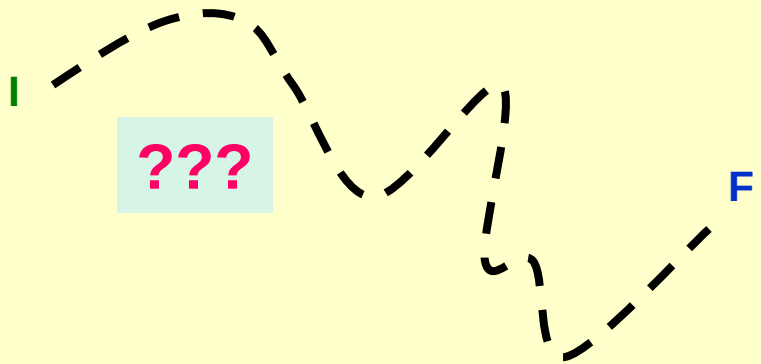
3+6+10+4+2+3 = 28

SIM

Algoritmos

... nossa ignorância





Com esse custo não é possível

K=25

NÃO

Algoritmos

... nossa ignorância

Algoritmos para o problema do caixeiro viajante:

- Partindo da posição **I**, tente todas as possibilidades que fiquem dentro do custo **K**
  - Se achar um caminho até **F**, responda **SIM**
  - Se não achar, responda **NÃO**
- Número de possibilidades é **finito**
  - algoritmo corretamente resolve o problema
- Número de possibilidades é **muito grande**
  - tempo de execução é exponencial no número de cidades
- O algoritmo é **impraticável**

Algoritmos

... nossa ignorância

Problema do caixeiro viajante:

Existe um algoritmo mais eficiente (polinomial no número de cidades)?

SURPRESA !!!

NÃO SABEMOS !?!

Esse é o caso com MUITOS outros problemas de interesse prático (classe NP)

Algoritmos

... alternativas

O que podemos fazer, por ora?

- **Uso de heurísticas:**
  - obtém “boas” soluções, sem garantia de otimalidade
- **Algoritmos randomizados:**
  - dão a resposta correta quase sempre
- **Algoritmos aproximativos:**
  - dão solução com garantia de proximidade da ótima
- **Computação quântica:**
  - baseado na mecânica quântica, nova maneira de programar
- **Computação molecular:**
  - paralelismo maciço usando reações moleculares

. . .