MC930 - Computação Gráfica
Semestre 2000-2 - Turma A
Exame Final - 25/jan/2001

RA	Nome

Assinatura	Notas

A prova é individual e sem consulta.
Não são permitidos computadores ou calculadoras.
Não separe as folhas deste caderno de prova.
Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
Não é necessário efetuar efetuar cálculos numéricos.

1. [2.0 pontos] Escreva a descrição paramétrica da superfície de uma *fita de Möbius.* A fita é gerada por um segmento de reta de comprimento $2L$ cujo centro c descreve uma circunferência no plano XY de raio R com centro na origem. A todo instante o segmento está num plano que passa pelo eixo Z; o segmento gira nesse plano, em torno do seu centro c, completando $1/2$ volta no tempo em que c completa uma volta inteira.

resposta

2. [2.0 pontos] (a) Determine as coordenadas dos pontos de controle de uma curva de Bézier simétrica $c(t)$ que aproxima uma semi-circunferência de raio 1 com centro na origem, contida no semiplano $x \geq 0$. A curva deve ser tangente ao círculo em $c(0)$ e $c(1)$. (Estas condições deixam um grau de liberdade para a curva, portanto a sua resposta deve depender de um parâmetro arbitrário h).

resposta

(b) Calcule as coordenadas dos pontos de controle do primeiro 1/4 da curva anterior, de $c(0)$ a $c(1/4)$. (A resposta também deve dependeer do parâmetro h.)

resposta

(c) Determine o valor do parâmetro h de modo que os pontos $c(1/4)$ e $c(1/2)$ estejam em lados opostos do círculo, a igual distância do mesmo. (Justifique sucintamente a resposta.)

resposta

3. [2.0 pontos] Seja A o modelo geométrico de uma luva esquerdo, com o centro do pulso na origem $(0,0,0)$, a ponta do dedo médio em $(1,0,0)$, e palma na direção $(0,0,1)$. (a) Determine a matriz 4×4 que transforma a luva A numa luva B, com a mesma forma, com a ponta do dedo médio no ponto $p = (2,3,5)$, com o braço apontando na direção paralela ao vetor $v = (+1, -1, +\sqrt{2})$, e cujo tamanho é $k = 3$ vezes o tamanho de A.

resposta

(b) Determine a matriz 4×4 que leva a luva A para a luva C, igual à luva B exceto que rodada de $\theta = 45$ graus em torno do eixo que passa pela ponta do dedo médio de B e é paralela ao eixo Z.

resposta

(c) Determine a matriz 4×4 que leva a luva A para a luva D, igual à luva B exceto que rodada de $\theta = 60$ graus em torno do eixo do braço de B.

resposta

4. [2.0 pontos] (a) Determine a matriz 4×4 da transformação afim do $\mathbb{R}^3$ que leva o tetraedro canônico $abcd$ para o tetraedro $a'b'c'd'$, onde

$$a = (0,0,0) \quad b = (1,0,0) \quad c = (0,1,0) \quad d = (0,0,1)$$

$$a' = (3,0,0) \quad b' = (-1,2,0) \quad c' = (-1,-2,0) \quad d' = (0,0,4)$$

mantendo a ordem dos vértices ($a \to a'$, $b \to b'$, etc.).

resposta

(b) Determine a matriz 4×4 da transformação afim do $\mathbb{R}^3$ que leva o tetraedro $a'b'c'd'$ para si próprio, permutando os vértices conforme segue:
$a' \to b'$, $b' \to c'$, $c' \to d'$, e $d' \to a'$.

5. [2.0 pontos] Indique os comandos POV-ray necessários para descrever:

   (a) um cubo oco de lado externo 5 e lado interno 3, que estica e encolhe senoidalmente de 10% com período T segundos na direção X, e encolhe nas outras duas direções de modo a manter seu volume constante, ao mesmo tempo que seu centro se move com velocidade uniforme v na direão do vetor $(1, 1, 0)$. Suponha que o tempo é dado pela variável `time`.

   resposta

   (b) um cilindro oco de m centímetros de altura, $2\pi n$ centímetros de raio, e 0.4 centímetro de espessura (sendo m e n parâmetros inteiros variáveis), com mn furos de raio 0.3cm, espaçados de 1 centímetro nas duas direções.

   resposta