MC538 - Análise de Algoritmos II
MC548 - Projeto e Análise de Algoritmos II
Semestre 2003-1 - Turma A
Prova 1 - 01/abr/2003

(sério!)

Nome

RA	**Assinatura**

Notas

A prova é individual e sem consulta.
Não são permitidos computadores ou calculadoras.
Não separe as folhas deste caderno de prova.
Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
Nas questões com m escolhas, $m-1$ erradas anulam uma certa.
Respostas em branco não contam nem descontam.

1. Suponha que p e r são predicados, e r é uma restrição de p: isto é, $r(x)$ é igual a $p(x)$ para todo x pertencente a um subconjunto D das possíveis entradas de p, e não está definido se x não pertence a D. Quais das seguintes afirmações são sempre verdadeiras:

   (b) V ☐ F ☐ Se p é NP-completo, então r é NP-completo.

   (c) V ☐ F ☐ Se p é NP-difícil, então r é NP-difícil.

   (e) V ☐ F ☐ Se r é NP-completo, então p é NP-difícil.

   (g) V ☐ F ☐ Se r é NP-completo e p é NP, então p é NP-completo.

2. Se for provado que P $=$ NP, então:

   (a) V ☐ F ☐ Todo problema NP-difícil é polinomial.

   (c) V ☐ F ☐ Todo problema NP é NP-completo.

   (e) V ☐ F ☐ Todo problema NP-completo é NP-difícil.

   (e) V ☐ F ☐ É possível resolver qualquer problema da mochila em tempo polinomial.

3. Se for provado que P $\neq$ NP, então poderemos imediatamente afirmar que:

   (a) V ☐ F ☐ Não é possível decidir o isomorfismo de dois grafos arbitrários em tempo polinomial.

   (b) V ☐ F ☐ Nenhum problema NP-completo pode ser resolvido em tempo polinomial.

   (c) V ☐ F ☐ Nenhum problema NP-difícil pode ser resolvido em tempo polinomial.

   (e) V ☐ F ☐ Não existe algoritmo polinomial para resolver uma equação booleana arbitrária.

4. Quais dos predicados p abaixo estão sabidamente em P:

   (a) V ☐ F ☐ $p(x) \equiv$ "x é um número primo".

   (b) V ☐ F ☐ $p(x) \equiv$ "x é um número composto".

   (c) V ☐ F ☐ $p(x) \equiv$ "x é um par de grafos isomorfos".

   (d) V ☐ F ☐ $p(x) \equiv$ "x é uma lista de inteiros $v_1, .. v_n$ e um inteiro V, e existem três elementos v_i, v_j, v_k tais que $v_i + v_j + v_k = V$".

5. Sabe-se que o problema p está em P, e o problema q é NP-completo. Quais das afirmações abaixo são sabidamente verdadeiras (V), quais são sabidamente falsas (F), e quais ainda não estão decididas (I):

   (a) V ☐ F ☐ I ☐ Existe uma redução de p para q que toma tempo polinomial.

   (b) V ☐ F ☐ I ☐ Se exite um algoritmo polinomial para resolver q, então P = NP.

   (c) V ☐ F ☐ I ☐ Existe uma redução de q para p que leva tempo polinomial.

   (d) V ☐ F ☐ I ☐ Qualquer problema NP-difícil r pode ser reduzido a q em tempo polinomial.

   (f) V ☐ F ☐ I ☐ Qualquer problema r que pode ser reduzido a q em tempo polinomial está em NP.

6. Suponha que o predicado p pode ser escrito como a composição de três outras funções, $p(x) = g(h(f(x)))$:

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "f"] \arrow[d, "p"'] & y \arrow[d, "h"] \\ V/F & V/F \arrow[l, "g"] \end{tikzcd} \tag{1}$$

   Suponha que f pode ser calculada em tempo polinomial em $n = |x|$, e sabe-se que p é NP-completo. Com base nestes dados, podemos concluir que:

   (a) V ☐ F ☐ Pelo menos um dos predicados h ou g é NP-difícil.

   (b) V ☐ F ☐ Exatamente um dos predicados h e g é NP-difícil.

   (c) V ☐ F ☐ Os dois predicados h e g são NP-difíceis.

   (d) V ☐ F ☐ h é NP-difícil e g é polinomial.

   (e) V ☐ F ☐ h é polinomial e g é NP-completo.

7. Um *literal* numa fórmula booleana é uma variável ou uma variável negada. Note que na fórmula $(x_1 \vee \bar{x_2} \vee x_3) \wedge (\bar{x_2} \vee x_1 \vee \bar{x_3})$ há duas cáusuas, três variáveis (x_1, x_2, x_3), quatro literais $(x_1, \bar{x_2}, x_3, \bar{x_3})$, e seis *ocorrências* (usos, instâncias) de literais.

   Na redução do problema SAT-FNC para o problema CLIQUE, vista em classe, cada vértice do grafo corresponde a (escolha *uma* das alternativas):

   - a ☐ Um literal da fórmula.
   - b ☐ Uma ocorrência de literal da fórmula.
   - c ☐ Uma variável da fórmula.
   - d ☐ Uma variável ou cláusula da fórmula.
   - e ☐ Uma cláusula da fórmula.

8. No problema `PAR`(x) (partição de valores), x é uma lista de inteiros $f_1, f_2, \ldots, f_n$, e a resposta é **verdadeiro** se existe um subconjunto X dos índices $V = \{1, 2, \ldots n\}$ tal que a soma $\sum_{i \in X} f_i = \sum_{i \in V \setminus X} f_i$.

   No problema `BKP`(x) (mochila binária), x consiste de uma lista de pesos $w_1, w_2, \ldots, w_m$, uma lista de valores $c_1, c_2, \ldots, c_m$, um peso máximo W, e um valor mínimo C, todos inteiros; e a resposta é **verdadeiro** se existe um subconjunto Z dos índices $U = \{1, 2, \ldots, m\}$ tal que $\sum_{i \in Z} w_i \leq W$ e $\sum_{i \in Z} c_i \geq C$.

   Na redução do problema `PAR` para o problema `BKP`, a função que transforma uma instância de um problema numa instância do outro é (escolha *uma* das alternativas):

   - a ☐ $m \leftarrow n$, $c_i \leftarrow w_i \leftarrow f_i$ para todo i, $C \leftarrow W \leftarrow \frac{1}{2} \sum_{i \in V} f_i$.
   - b ☐ $m \leftarrow n$, $c_i \leftarrow w_i \leftarrow f_i$ para todo i, $C \leftarrow W \leftarrow 2 \sum_{i \in V} f_i$.
   - c ☐ $m \leftarrow n$, $c_i \leftarrow w_i \leftarrow f_i$ para todo i, $C \leftarrow \sum_{i \in X} f_i$, $W \leftarrow \sum_{i \in V \setminus X} f_i$.
   - d ☐ $m \leftarrow n/2$, $c_i \leftarrow w_i \leftarrow f_i$ para todo i, $C \leftarrow W \leftarrow \sum_{i \in V} f_i$.