

INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP
Graduação
MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação
2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi
Exame Final - 2022-07-26

Nome

RA	Assinatura
----	------------

Item														TOT
Nota														

- A prova é individual e sem consulta.**
- Não são permitidos computadores ou calculadoras.**
- Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.**
- Não separe as folhas deste caderno de prova.**
- Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.**
- Escreva seu nome completo, e assine a tinta.**
- Valem apenas as respostas nos espaços indicados.**
- Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.**
- Após distribuída a prova:**
 - * quem sair da sala não poderá retornar.**
 - * depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

- H conjunto de todos os humanos,
- E conjunto de todos os estudantes ($E \subseteq H$),
- F conjunto de todos os jogadores de futebol ($F \subseteq H$),
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”,
- N predicado tal que $N(x, y) \leftrightarrow$ “ x é cunhado de y ”, e
- A predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes ‘[...]’, defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Tem jogador de futebol que não é estudante.

resposta

(b) Cada estudante gosta de alguém perfeito.

resposta

(c) Tem jogador de futebol que gosta de quem [tem algum cunhado estudante].

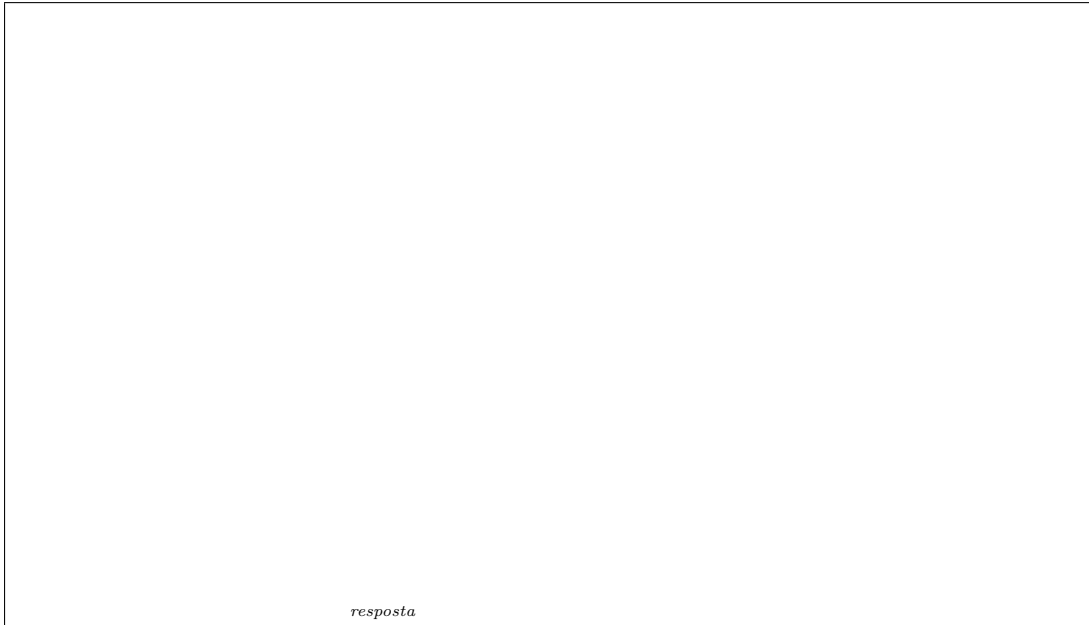
resposta

(d) Quem é estudante gosta de quem [não tem cunhado que não seja estudante].

resposta

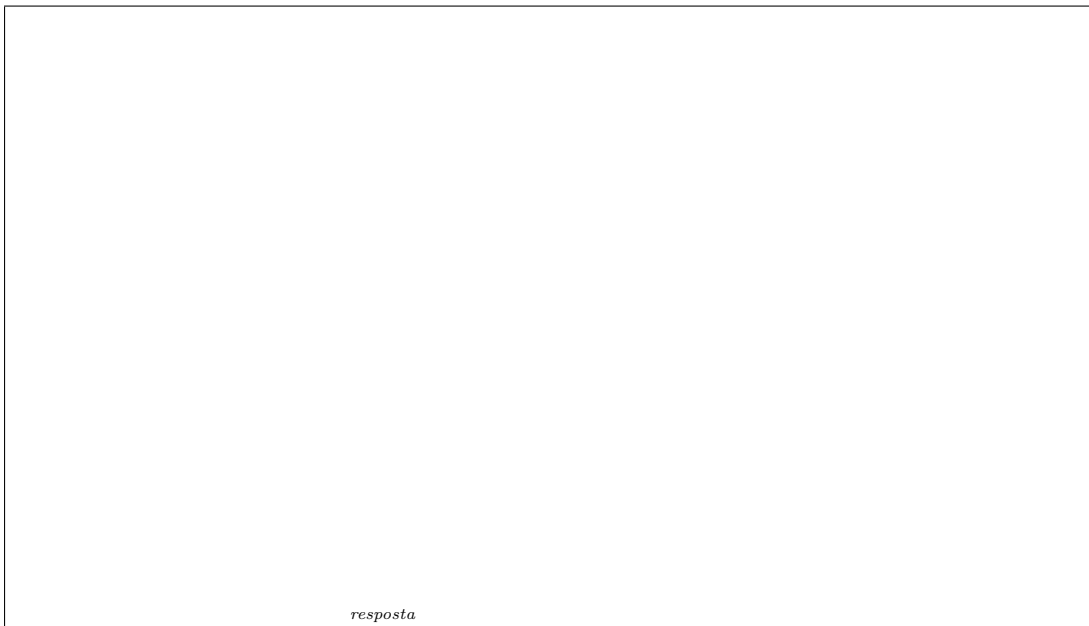
2. Seja \mathbf{i} a unidade imaginária dos números complexos, tal que $\mathbf{i}^2 = -1$.

(a) Prove que todo número complexo $z = z' + z''\mathbf{i}$ diferente de zero tem um *inverso* (*multiplicativo*), um número complexo w tal que $zw = 1$.



resposta

(b) Prove que esse inverso é único.



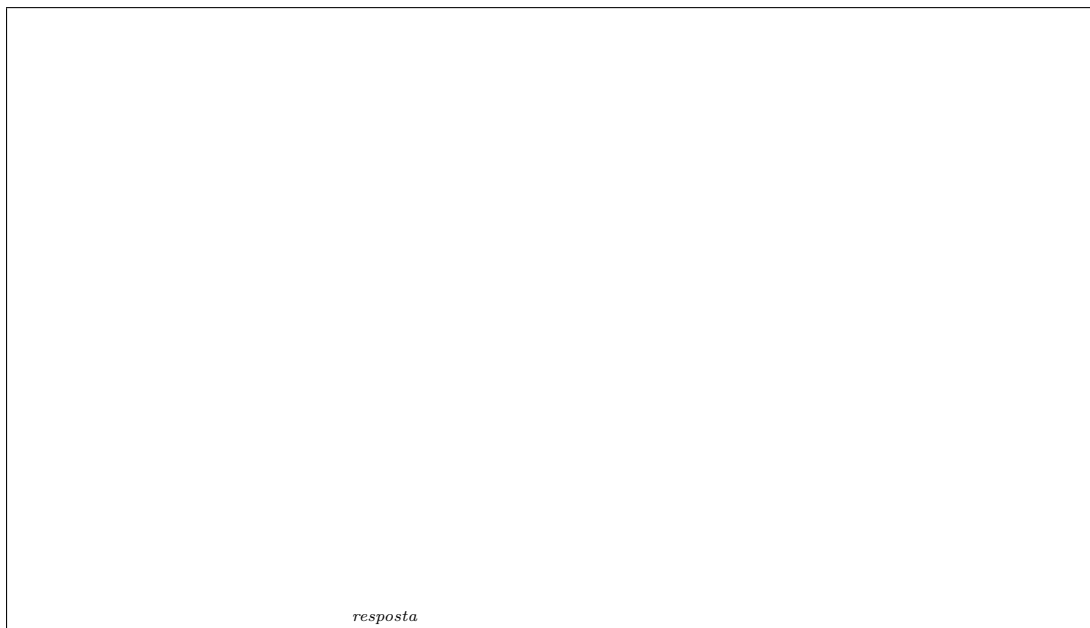
resposta

3. Um *número primo* é um inteiro n maior ou igual a 2 cujos únicos divisores positivos são 1 e n . Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 2 é um produto de números primos. Por exemplo, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

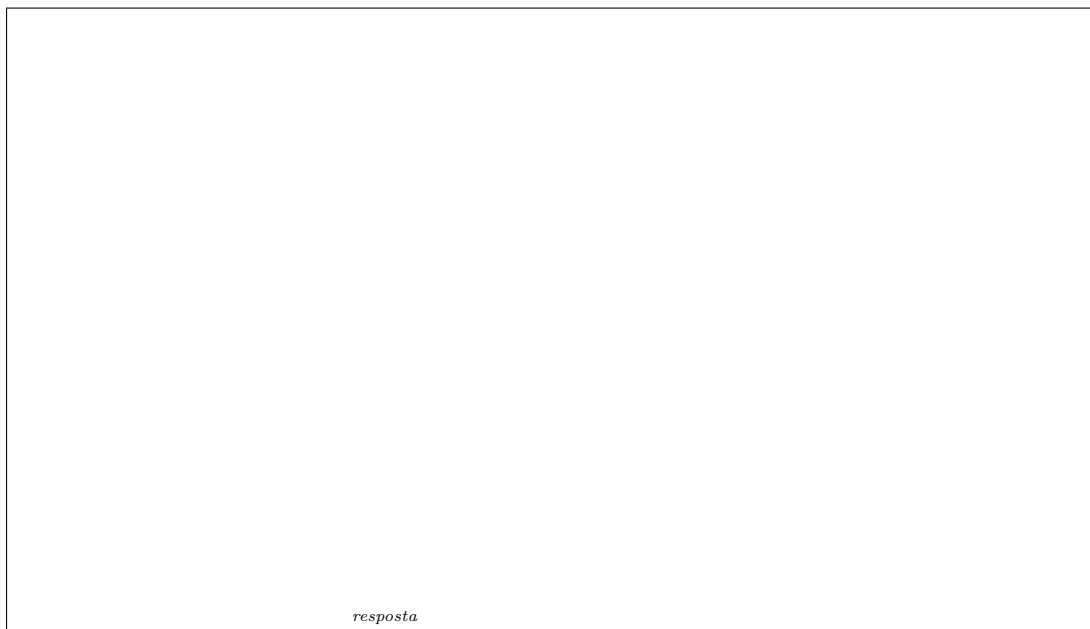
resposta

4. Seja A o conjunto dos inteiros de 1 a 15 inclusive. e seja \mathcal{S} a relação sobre A tal que $a\mathcal{S}b$ se e somente se a é um múltiplo de b . Assim, por exemplo, $12\mathcal{S}6$, mas $12\not\mathcal{S}9$.

(a) Desenhe o diagrama de Hasse de \mathcal{S} .



(b) Quais são os elementos mínimos, máximos, minimais e maximais de A sob \mathcal{S} ?



5. Seja \mathbb{P} o conjunto $\mathbb{N} \setminus \{0\}$, os inteiros positivos. Seja \mathcal{P} a relação sobre \mathbb{P} tal que, para todo a e b em \mathbb{P} , $a\mathcal{P}b$ se e somente se a é divisível por 5 e $b = a/5$. Por exemplo $35\mathcal{P}7$ e $20\mathcal{P}4$, mas $35\not\mathcal{P}14$ e $36\not\mathcal{P}7$.

(a) Descreva o fecho transitivo e simétrico \mathcal{Q} de \mathcal{P} , e mostre dois elementos x, y tais que $x < y$ e $x\mathcal{Q}y$, mas $\neg(x\mathcal{P}y)$ e $\neg(x\mathcal{P}^2y)$.

resposta

(b) A relação \mathcal{Q} é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de \mathcal{Q} . Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

resposta