

INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP

Graduação

MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação

2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi

Exame Final - 2022-07-26

Nome

RA	Assinatura
----	------------

Item														TOT
Nota														

A prova é individual e sem consulta.

Não são permitidos computadores ou calculadoras.

Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.

Não separe as folhas deste caderno de prova.

Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.

Escreva seu nome completo, e assine a tinta.

Valem apenas as respostas nos espaços indicados.

Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.

Após distribuída a prova:

*** quem sair da sala não poderá retornar.**

*** depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

- H conjunto de todos os humanos,
- S conjunto de todos os estudantes ($S \subseteq H$),
- F conjunto de todos os jogadores de futebol ($F \subseteq H$),
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”,
- C predicado tal que $C(x, y) \leftrightarrow$ “ x é cunhado de y ”, e
- A predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes ‘[...]’, defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Tem estudante que não joga futebol.

resposta

(b) Cada jogador de futebol gosta de algum estudante.

resposta

(c) Tem jogador de futebol com um cunhado que [não gosta de nenhum estudante].

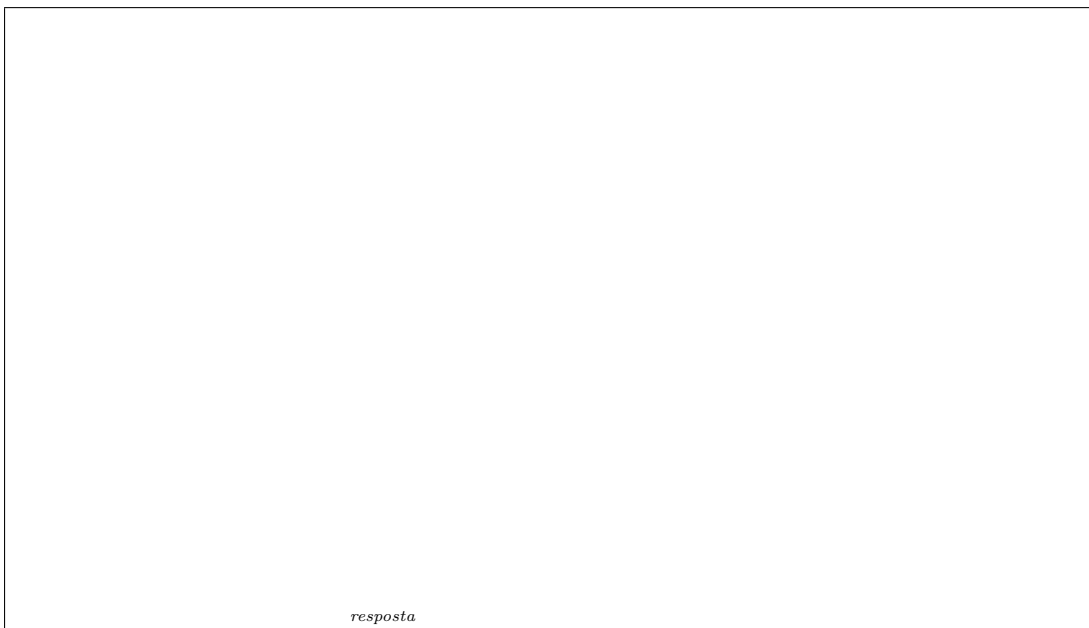
resposta

(d) Quem gosta de quem [só gosta de jogador de futebol] é jogador de futebol.

resposta

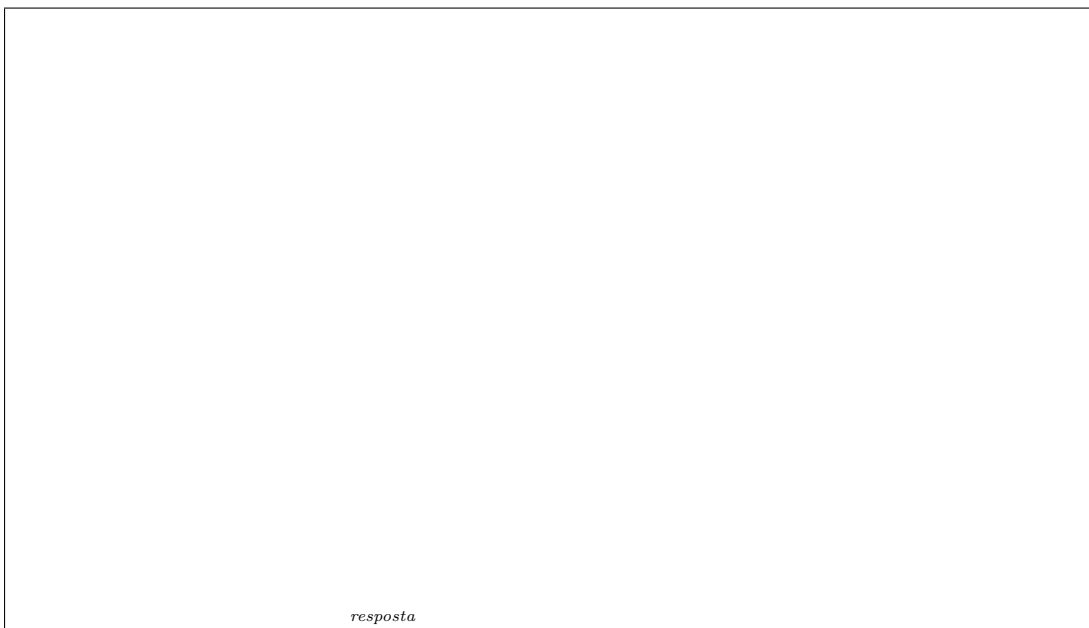
2. Seja \mathbf{i} a unidade imaginária dos números complexos, tal que $\mathbf{i}^2 = -1$.

(a) Prove que todo número complexo $z = z_1 + z_2\mathbf{i}$ diferente de zero tem um *inverso* (*multiplicativo*), um número complexo w tal que $zw = 1$.



resposta

(b) Prove que esse inverso é único.



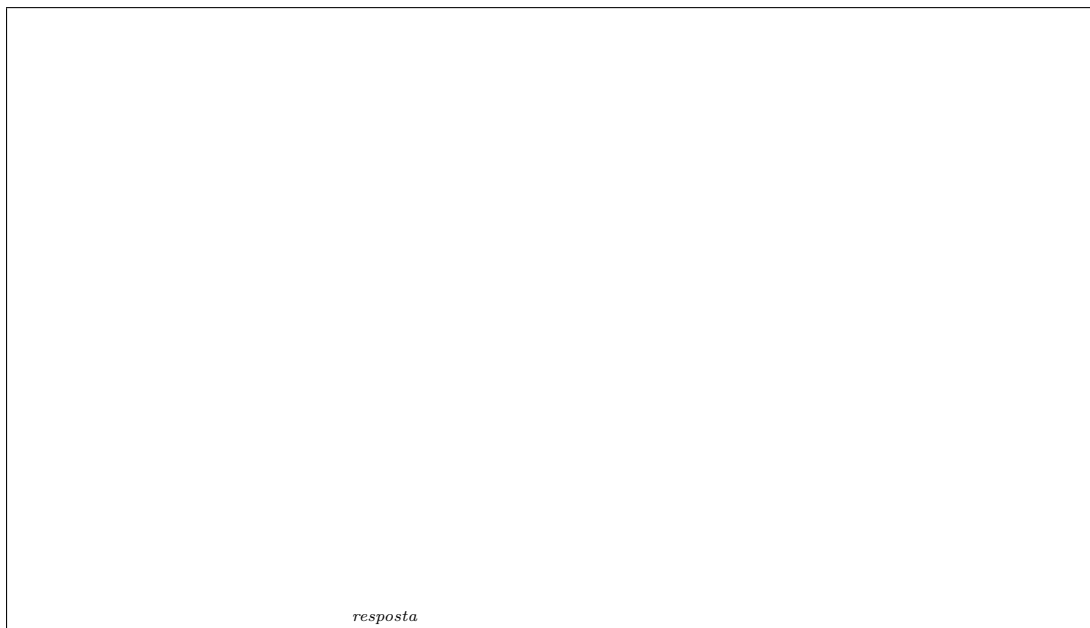
resposta

3. Um *número primo* é um inteiro n maior ou igual a 2 cujos únicos divisores positivos são 1 e n . Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 2 é um produto de números primos. Por exemplo, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

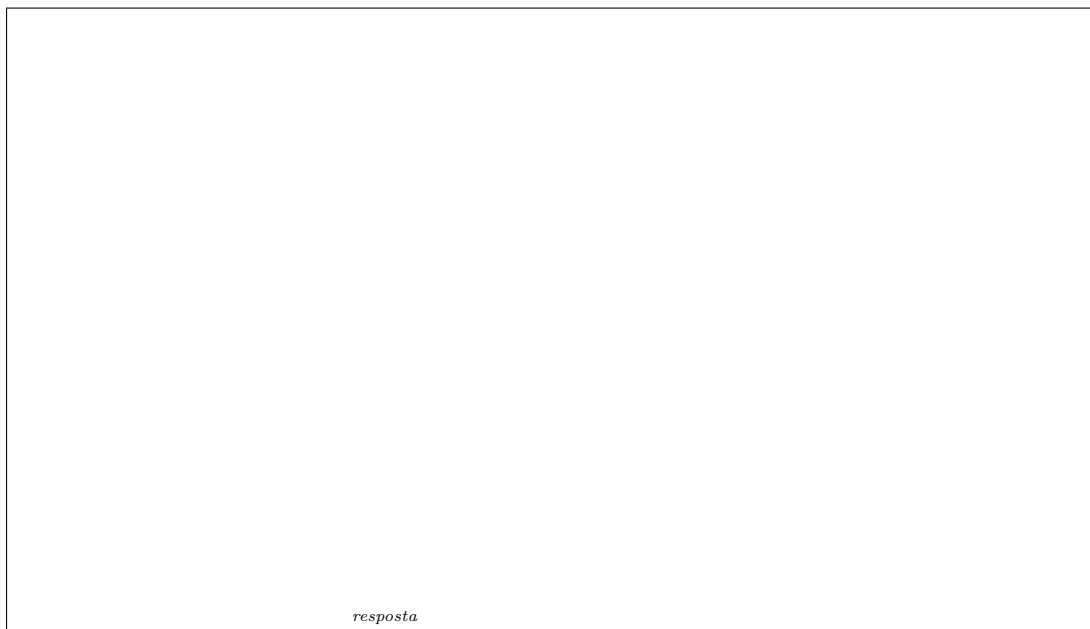
resposta

4. Seja A o conjunto dos inteiros de 1 a 16 inclusive. e seja \mathcal{R} a relação sobre A tal que $a\mathcal{R}b$ se e somente se a é um múltiplo de b . Assim, por exemplo, $12\mathcal{R}6$, mas $12\not\mathcal{R}9$.

(a) Desenhe o diagrama de Hasse de \mathcal{R} .



(b) Quais são os elementos mínimos, máximos, minimais e maximais de A sob \mathcal{R} ?



5. Seja \mathbb{P} o conjunto $\mathbb{N} \setminus \{0\}$, os inteiros positivos. Seja \mathcal{P} a relação sobre \mathbb{P} tal que, para todo a e b em \mathbb{P} , $a\mathcal{P}b$ se e somente se a é divisível por 3 e $b = a/3$. Por exemplo $12\mathcal{P}4$ e $15\mathcal{P}5$, mas $12\not\mathcal{P}2$ e $16\not\mathcal{P}5$.

(a) Descreva o fecho transitivo e simétrico \mathcal{Q} de \mathcal{P} , e mostre dois elementos x, y tais que $x < y$ e $x\mathcal{Q}y$, mas $\neg(x\mathcal{P}y)$ e $\neg(x\mathcal{P}^2y)$.

resposta

(b) A relação \mathcal{Q} é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de \mathcal{Q} . Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

resposta