

INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP
Graduação
MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação
2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi
Exame Final - 2022-07-26

Nome

RA	Assinatura
----	------------

Item														TOT
Nota														

- A prova é individual e sem consulta.**
- Não são permitidos computadores ou calculadoras.**
- Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.**
- Não separe as folhas deste caderno de prova.**
- Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.**
- Escreva seu nome completo, e assine a tinta.**
- Valem apenas as respostas nos espaços indicados.**
- Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.**
- Após distribuída a prova:**
 - * quem sair da sala não poderá retornar.**
 - * depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

- H conjunto de todos os humanos,
- S conjunto de todos os estudantes ($S \subseteq H$),
- J conjunto de todos os jogadores de futebol ($J \subseteq H$),
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”,
- C predicado tal que $C(x, y) \leftrightarrow$ “ x é cunhado de y ”, e
- G predicado tal que $G(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes ‘[...]’, defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Nem todo estudante joga futebol.

resposta

(b) Cada jogador de futebol tem um cunhado perfeito.

resposta

(c) Tem estudante que não gosta de quem [tem algum cunhado que é jogador de futebol].

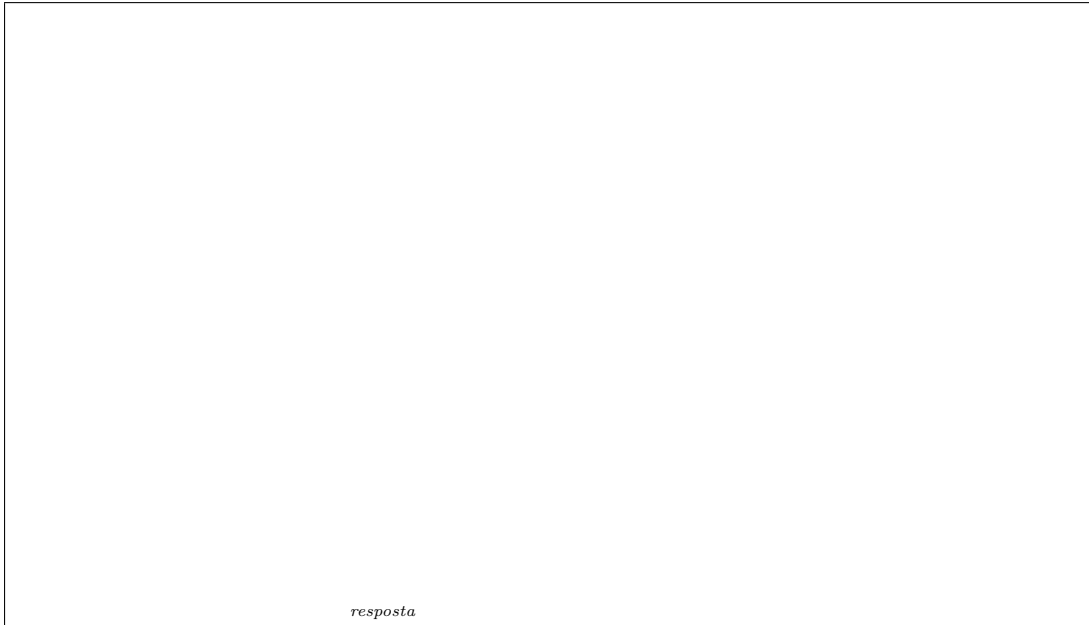
resposta

(d) Quem é perfeito gosta de quem [gosta de todos seus cunhados].

resposta

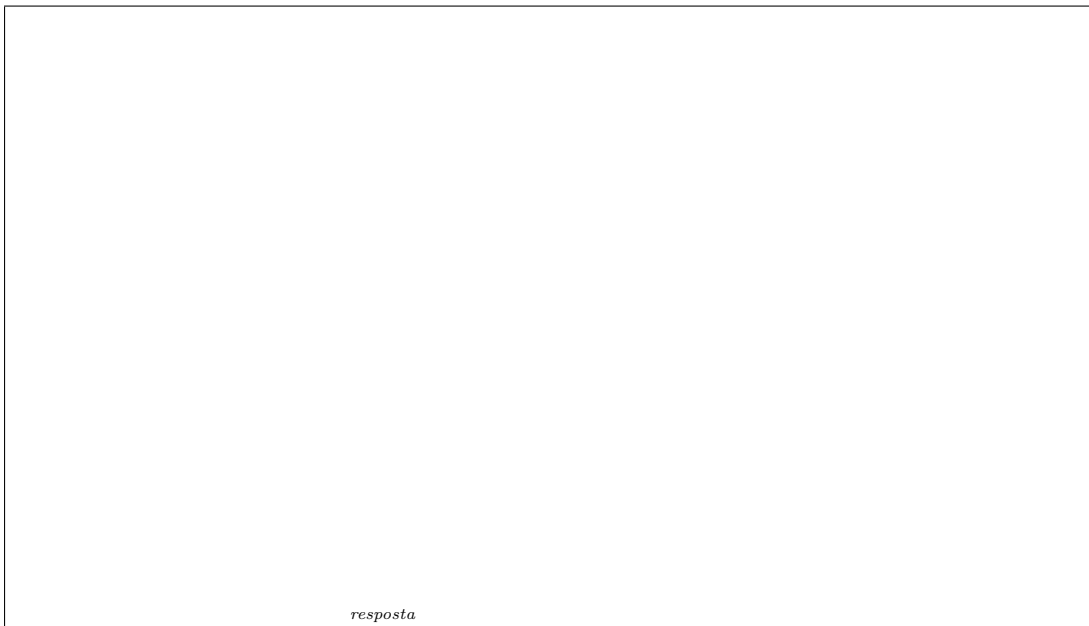
2. Seja \mathbf{i} a unidade imaginária dos números complexos, tal que $\mathbf{i}^2 = -1$.

(a) Prove que todo número complexo $z = x + y\mathbf{i}$ diferente de zero tem um *inverso* (*multiplicativo*), um número complexo w tal que $zw = 1$.



resposta

(b) Prove que esse inverso é único.



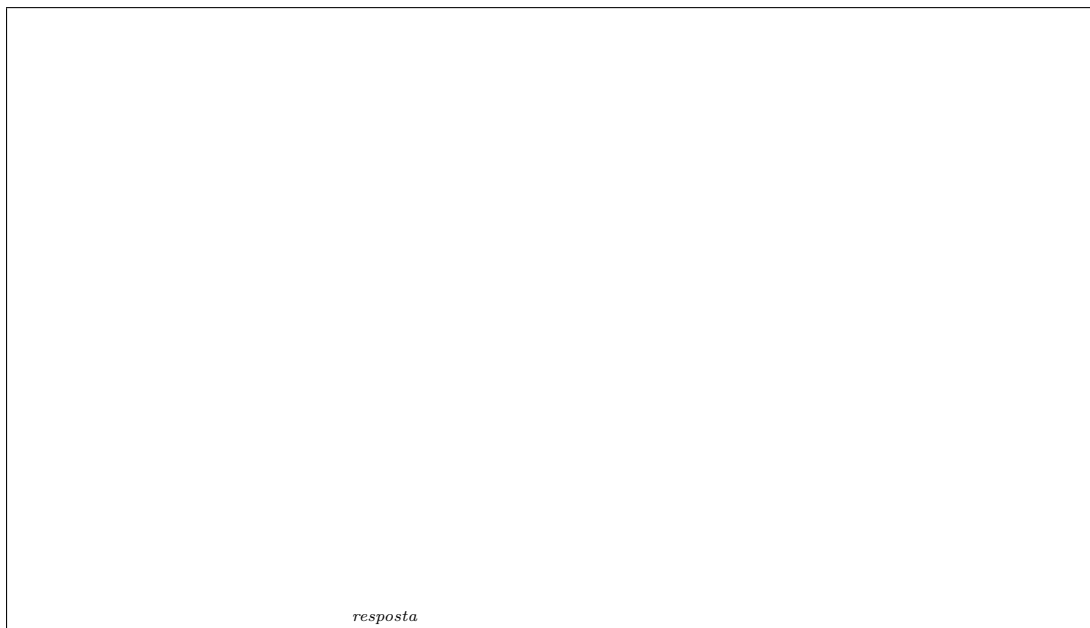
resposta

3. Um *número primo* é um inteiro n maior ou igual a 2 cujos únicos divisores positivos são 1 e n . Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 2 é um produto de números primos. Por exemplo, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

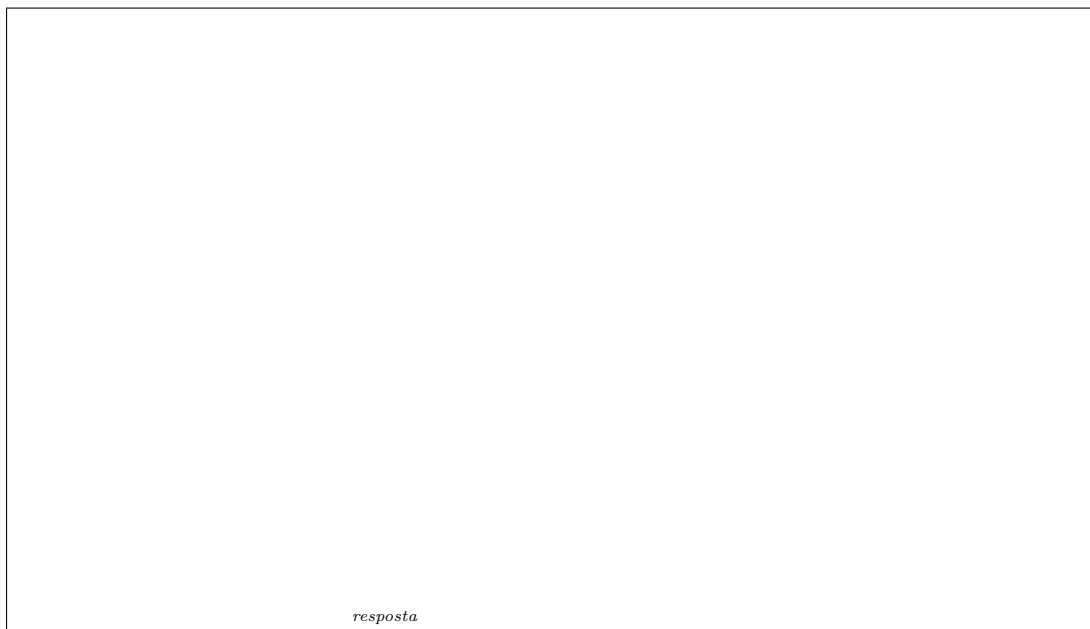
resposta

4. Seja A o conjunto dos inteiros de 1 a 16 inclusive. e seja \mathcal{R} a relação sobre A tal que $a\mathcal{R}b$ se e somente se a é um divisor de b . Assim, por exemplo, $6\mathcal{R}12$, mas $9\not\mathcal{R}12$.

(a) Desenhe o diagrama de Hasse de \mathcal{R} .



(b) Quais são os elementos mínimos, máximos, minimais e maximais de A sob \mathcal{R} ?



5. Seja \mathbb{P} o conjunto $\mathbb{N} \setminus \{0\}$, os inteiros positivos. Seja \mathcal{R} a relação sobre \mathbb{P} tal que, para todo a e b em \mathbb{P} , $a\mathcal{R}b$ se e somente se a é divisível por 3 e $b = a/3$. Por exemplo $12\mathcal{R}4$ e $15\mathcal{R}5$, mas $12\not\mathcal{R}2$ e $16\not\mathcal{R}5$.

(a) Descreva o fecho transitivo e simétrico \mathcal{S} de \mathcal{R} , e mostre dois elementos x, y tais que $x < y$ e $x\mathcal{S}y$, mas $\neg(x\mathcal{R}y)$ e $\neg(x\mathcal{R}^2y)$.

resposta

(b) A relação \mathcal{S} é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de \mathcal{S} . Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

resposta