

INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP  
Graduação  
MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação  
2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi  
Terceira Prova - 2022-07-12

Nome
------

RA
----

Assinatura
------------

Item													TOT
Nota													

- A prova é individual e sem consulta.
- Não são permitidos computadores ou calculadoras.
- Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.
- Não separe as folhas deste caderno de prova.
- Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
- Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
- Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
- Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.
- Após distribuída a prova:
  - \* quem sair da sala não poderá retornar.
  - \* depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.

1. Suponha definidos

- $H$  conjunto de todos os humanos,
- $S$  conjunto de todos os estudantes,
- $F$  conjunto de todos os jogadores de futebol,
- $P$  predicado tal que  $P(x) \leftrightarrow$  “ $x$  é perfeito”,
- $C$  predicado tal que  $C(x, y) \leftrightarrow$  “ $x$  é cunhado de  $y$ ”, e
- $A$  predicado tal que  $A(x, y) \leftrightarrow$  “ $x$  gosta de  $y$ ”.

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes ‘[...]’, defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Tem estudante que não joga futebol.

*resposta*

(b) Cada jogador de futebol gosta de algum estudante.

*resposta*

(c) Tem jogador de futebol com um cunhado que [não gosta de nenhum estudante].

*resposta*

(d) Quem gosta de quem [só gosta de jogador de futebol] é jogador de futebol.

*resposta*

2. Seja  $A$  o conjunto das seqüências de 4 bits (algarismos 0 ou 1), exceto a seqüência 1111; e seja  $\mathcal{R}$  a relação tal que  $a\mathcal{R}b$  se e somente se cada bit de  $a$  é menor ou igual ao bit correspondente de  $b$ . Assim, por exemplo,  $0100\mathcal{R}1100$ , mas  $1001\not\mathcal{R}0101$ . Quais são os elementos mínimos, maximos, minimais e maximais de  $A$  sob  $\mathcal{R}$ ?

*resposta*

3. Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 17 é a soma de números primos maiores ou iguais a 7. Por exemplo,  $22 = 11 + 11$ ,  $23 = 23$ , e  $31 = 17 + 7 + 7$ .

*resposta*

4. Seja  $\mathcal{S}$  a relação entre cadeias de algarismos ('0'-'9') tal que, para quaisquer cadeias  $x$  e  $y$ ,  $x\mathcal{S}y$  se e somente se as cadeias diferem apenas pela troca de duas letras consecutivas. Por exemplo "1374"  $\mathcal{S}$  "1347", mas "1374"  $\not\mathcal{S}$  "", "1374"  $\not\mathcal{S}$  "1375" e "1374"  $\not\mathcal{S}$  "13774".

(a) Descreva o fecho transitivo  $\mathcal{P}$  de  $\mathcal{S}$ , e mostre duas cadeias  $x, y$  tais que  $x\mathcal{P}y$ , mas  $\neg(x\mathcal{S}y)$  e  $\neg(x\mathcal{S}^2y)$ .

*resposta*

(b) A relação  $\mathcal{P}$  é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de  $\mathcal{P}$ . Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

*resposta*