

1. Sejam \mathbb{N} o conjunto dos naturais, e S o predicado tal que $S(a, b) \leftrightarrow "a + 2 < b"$. Em cada um dos itens abaixo, a frase em português deveria ser uma tradução fiel da fórmula simbólica. Identifique os erros de lógica **e de português** na frase, e escreva uma versão correta da mesma. Feito isso, diga se a frase é verdadeira ou falsa (não precisa justificar).

(a) $(\exists a \in \mathbb{N})(\forall b \in \mathbb{N}) S(a, b)$.

Existe pelo menos um natural a sendo que $a + 2 < b$, para um natural b qualquer.

resposta

V ou **F**?

(b) $(\exists a \in \mathbb{N})(\exists b \in \mathbb{N}) S(a, b)$.

Existem naturais a e b que satisfaz $a + 2 < b$.

resposta

V ou **F**?

(c) $(\forall a \in \mathbb{N})(\forall b \in \mathbb{N}) S(a, b)$.

Para algum natural a implica $a + 2 < b$, para algum natural b .

resposta

V ou **F**?

(d) $(\forall a \in \mathbb{N})(\exists b \in \mathbb{N}) S(a, b)$.

Existe um b natural sendo que $a + 2 < b$, para cada natural a .

resposta

V ou **F**?

(e) $(\forall b \in \mathbb{N})(\exists a \in \mathbb{N}) S(a, b)$.

Existe pelo menos um a natural tal que um arbitrário b satisfaz $a + 2 < b$.

resposta

V ou **F**?

2. Escreva as afirmações abaixo na forma simbólica. Suponha definidos os conjuntos U de todos os humanos, E de todos os estudantes, e J de todos os jogadores de futebol; e os predicados P , M e A tais que $P(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”, $M(x, y) \leftrightarrow$ “ x é mãe de y ” e $A(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

(a) Nem todo jogador de futebol é estudante.

resposta

(b) Cada estudante tem uma mãe que joga futebol.

resposta

(c) Tem gente que não gosta de mães com filhos que jogam futebol.

resposta

(d) Quem gosta de quem gosta de sua própria mãe é perfeito.

resposta

3. Demonstre que se r é um número inteiro da forma $4s + 3$, com s inteiro, não existem inteiros m e n tais que $m^2 + n^2 = r$.

resposta

4.

Prove que, para qualquer matriz A de 2×2 números reais cujo determinante $|A|$ não é zero, existe uma única matriz B de 2×2 números reais tal que AB e BA são a matriz identidade 2×2 .

resposta

5. Um número natural é dito *composto* se ele é o produto de dois números naturais maiores que 1.

(a) Escreva, em notação simbólica, a definição de um predicado C que diz se um número inteiro é composto.

resposta

(b) Demonstre que todo número natural composto n tem um divisor maior ou igual a \sqrt{n} e menor que n .

resposta