

1. 1943417 Seja D o conjunto dos algarismos decimais $\{0, 1, \dots, 9\}$, e $D^* = \{(), 0, 1, \dots, 00, 01, \dots\}$ o conjunto de todas as sequências finitas sobre D (com índice inicial 0).

Seja f a função dos naturais para D^* tal que $f(n)$ é a sequência dos algarismos de n em ordem crescente. Por exemplo $f(23) = f(32) = 23$, $f(16110) = 01116$, etc. Em particular $f(0) = ()$ (a sequência vazia) por definição.

Seja \mathcal{R} a relação de \mathbb{N} para \mathbb{N} tal que $x \mathcal{R} y$ se e somente se $f(x)$ precede estritamente $f(y)$ em ordem lexicográfica. Por exemplo $23 \mathcal{R} 31$ pois $f(23) = 23$ e $f(31) = 13$. Também $161 \mathcal{R} 661$ e $23 \mathcal{R} 325$ mas $23 \not\mathcal{R} 321$.

A relação \mathcal{R} é:

- a) uma relação de ordem?
 - b) uma relação de ordem estrita?
 - c) uma relação de ordem total?
 - d) uma relação de ordem estrita total?
 - e) uma relação de equivalência?
2. 23773 Seja A o conjunto de letras maiúsculas $\{A, B, \dots, Z\}$ e A^* o conjunto de todas as palavras (finitas) formadas com essas letras. Seja \mathcal{R} a relação sobre A^* tal que $x \mathcal{R} y$ se e somente se (0) $x = y$, ou (1) o comprimento $|x|$ de x é menor que o de y , ou (2) $|x| = |y|$ e x precede y em ordem lexicográfica.

A relação \mathcal{R} é

- a) uma relação de ordem?
 - b) uma relação de ordem estrita?
 - c) uma relação de ordem total?
 - d) uma relação de ordem estrita total?
 - e) uma relação de equivalência?
3. 165099 A *grade de inteiros* é um quadriculado infinito no plano \mathcal{R}^2 com quadrados de lado 1, cujos cantos tem coordenadas inteiras. Escreva uma fórmula usando piso, teto, e somatória, para contar o número de quadrados dessa grade que cabem completamente dentro do círculo de um raio r dado e centro na origem.
4. 159955 Seja $\mathbb{P} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ o conjunto de todos os inteiros positivos. Seja \mathcal{R} a relação sobre $\mathbb{N} \times \mathbb{P}$ definida por $(a, b) \mathcal{R} (c, d)$ se e somente se $ad = bc$.

- a) Essa é uma relação de ordem? Em caso afirmativo, determine os elementos mínimos, máximos, minimais, e maximais.
- b) Ela é uma relação de equivalência? Em caso afirmativo, determine a classe de equivalência do par $(4, 6)$ e descreva as classes de equivalência em geral.