

1. 233427 Para cada uma das relações abaixo, determine se é reflexiva, e/ou irreflexiva, e/ou simétrica, e/ou anti-simétrica e/ou transitiva:
  - a)  $\mathcal{R} = \{x, y \in \mathbb{N} \mid x^2 \text{ divide } y\}$
  - b)  $\mathcal{S} = \{x, y \in \mathbb{R} \mid x/2 \leq y \leq 2x\}$
  - c)  $\mathcal{T} = \{x, y \in \mathbb{N} \mid (10 \text{ divide } x) \leftrightarrow (10 \text{ divide } y)\}$
  
2. 233539 Prove por indução (completa) que todo inteiro maior que 23 é a soma de quadrados perfeitos maiores que 3.
  
3. 237215 Encontre um número natural  $n_0$  tal que  $1000 \cdot n^2 < 2^n$  para todo  $n \geq n_0$ . Prove este resultado por indução.
  
4. 237668 Determine uma relação  $\mathcal{R}$  sobre o conjunto  $\{10, 20, 30, 40\}$  que **não** é transitiva, mas é tal que  $\mathcal{R}^3 \subseteq \mathcal{R}$ .
  
5. 237763 Considere a relação  $\mathcal{R}$  sobre  $\mathbb{N}$  tal que  $x\mathcal{R}y$  se e somente se  $y = x^2$ . Descreva a relação  $\mathcal{R}^2$ . Descreva a relação  $\mathcal{R}^n$  para um natural  $n$  genérico.
  
6. 242997 Seja  $f$  uma função dos reais  $\mathbb{R}$  para  $\mathbb{R}$ . Seja  $\mathbb{P} = (0, +\infty)$  o conjunto dos reais positivos. Qual das seguintes fórmulas é a definição da fórmula “ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ”?
  - a)  $(\exists \epsilon \in \mathbb{P})(\forall \delta \in \mathbb{P})(\forall x \in \mathbb{R}) \mid x - a \mid < \delta \rightarrow \mid f(x) - b \mid < \epsilon$
  - b)  $(\forall \epsilon \in \mathbb{P})(\exists \delta \in \mathbb{P})(\exists x \in \mathbb{R}) \mid x - a \mid < \delta \rightarrow \mid f(x) - b \mid < \epsilon$
  - c)  $(\forall \epsilon \in \mathbb{P})(\exists \delta \in \mathbb{P})(\forall x \in \mathbb{R}) \mid x - a \mid < \delta \rightarrow \mid f(x) - b \mid < \epsilon$
  
7. 245446 Seja  $\mathcal{R}$  a relação sobre os inteiros positivos  $\mathbb{P} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$  definida por  $x\mathcal{R}y$  se e somente se  $x/y$  é um número inteiro primo. Descreva o fecho reflexivo, o fecho simétrico, e o fecho transitivo de  $\mathcal{R}$ .
  
8. 246913 Seja  $A$  o conjunto das palavras sobre o alfabeto  $\{A, B, C, \dots, Z\}$ , e  $\mathcal{R}$  é a relação sobre  $A$  tal que  $x\mathcal{R}y$  se e somente se  $x$  e  $y$  diferem pela troca de exatamente uma letra. Descreva o fecho transitivo de  $\mathcal{R}$ .
  
9. 256452 Seja  $\mathcal{R}$  é a relação sobre  $\mathbb{N}$  tal que  $x\mathcal{R}y$  se e somente se  $y = x + 2$ . Descreva o fecho transitivo de  $\mathcal{R}$ .

10. 256453 Seja  $\mathcal{R}$  é a relação sobre  $\mathbb{R}$  tal que  $x\mathcal{R}y$  se e somente se  $|x - y| \leq 1$ .  
Descreva o fecho transitivo de  $\mathcal{R}$ .