

1. 197588 Determine o domínio e a imagem da relação $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z} \wedge x^3 = y^2\}$.
2. 199333 Determine o domínio e a imagem da relação $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge y^2 = x^2 + 4x + 4\}$.
3. 198303 Encontre o menor inteiro n_0 tal que $(\forall n \in \mathbb{N}) n \geq n_0 \rightarrow 2^n < 1000 \cdot 3^n$. Prove este fato por indução.
4. 203407 Seja \mathcal{R} a relação sobre $\mathbb{P} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se x é divisor de y . Seja \mathcal{S} a relação sobre \mathbb{P} tal que $x\mathcal{S}y$ se e somente se $y = x^2$.
 - a) Descreva a composição $\mathcal{R} \circ \mathcal{R}$.
 - b) Descreva a composição $\mathcal{R} \circ \mathcal{S}$.
 - c) Descreva a composição $\mathcal{S} \circ \mathcal{R}$.
5. 204904 Seja \mathcal{R} a relação sobre os números reais \mathbb{R} tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $y = \cos(x)$.
 - a) Descreva a composição $\mathcal{R} \circ \mathcal{R}^{-1}$.
 - b) Descreva a composição $\mathcal{R}^{-1} \circ \mathcal{R}$.
6. 222333 Seja \mathcal{R} a relação sobre os números inteiros \mathbb{Z} tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $x^2 = y^3$.
 - a) Descreva a potência \mathcal{R}^m para um inteiro genérico $m > 1$.
 - b) Descreva a potência \mathcal{R}^{-m} para um inteiro genérico $m > 1$.
7. 222642 Seja \mathcal{R} uma relação binária, e seja $A = \text{Dom}(\mathcal{R}) \cup \text{Im}(\mathcal{R})$. Prove que, para todo natural n , $\mathcal{I}_A \subseteq \mathcal{R}^n \circ \mathcal{R}^{-n}$. Use indução sobre n e o teorema 6.1 do livro.
8. 216158 Seja A o conjunto de todas as cadeias de 3 letras minúsculas, e \mathcal{R} a relação sobre A tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se as cadeias x e y diferem em exatamente uma posição. Por exemplo, $\text{uva} \mathcal{R} \text{uma}$ e $\text{oox} \mathcal{R} \text{ooo}$, mas $\text{oox} \mathcal{R} \text{oxo}$
 - a) Descreva a potência \mathcal{R}^2 (cuidado, não é simples).
 - b) Descreva a potência \mathcal{R}^3 .

9. 224956 Seja \mathcal{R} a relação sobre os inteiros positivos $\mathbb{P} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se x é um fator **primo** de y .
- a) Descreva a composição $\mathcal{R}^{-1} \circ \mathcal{R}$.
 - b) Descreva a composição $\mathcal{R} \circ \mathcal{R}^{-1}$.
10. 233427 Seja \mathcal{R} a relação sobre os inteiros \mathbb{Z} tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $x - y$ é um múltiplo de 3. Seja \mathcal{S} a relação sobre os inteiros \mathbb{Z} tal que $x\mathcal{S}y$ se e somente se $x - y$ é um múltiplo de 5.
- a) Descreva a união $\mathcal{R} \cup \mathcal{S}$.
 - b) Descreva a intersecção $\mathcal{R} \cap \mathcal{S}$.
 - c) Descreva a composição $\mathcal{R} \circ \mathcal{S}$.