

NOTAÇÃO ASSINTÓTICA

MC458 - Projeto e Análise de
Algoritmos I

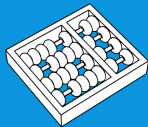
Santiago Valdés Ravelo
[https://ic.unicamp.br/~santiago/
ravelo@unicamp.br](https://ic.unicamp.br/~santiago/ravelo@unicamp.br)

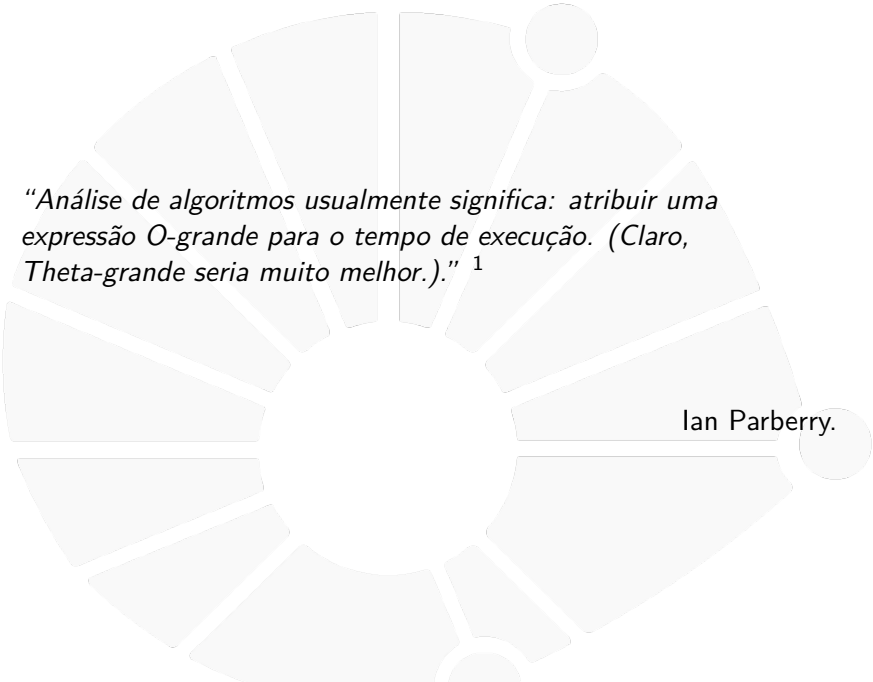
08/25

02



UNICAMP





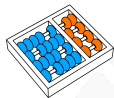
“Análise de algoritmos usualmente significa: atribuir uma expressão O -grande para o tempo de execução. (Claro, Θ -grande seria muito melhor.)” ¹

Ian Parberry.

¹Ian Parberry, *‘Problems on Algorithms’*, 1994, p. 59.

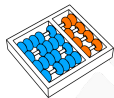


NOTAÇÃO ASSINTÓTICA E CRESCIMENTO DE FUNÇÕES



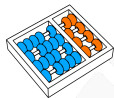
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .



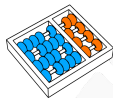
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.



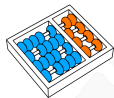
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.
- ▶ Então, as funções consideradas são sempre positivas.



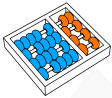
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.
- ▶ Então, as funções consideradas são sempre positivas.
- ▶ Dependendo do caso, n representa diferentes valores:



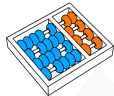
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.
- ▶ Então, as funções consideradas são sempre positivas.
- ▶ Dependendo do caso, n representa diferentes valores:
 - ▶ **Problemas de precisão arbitrária:** número de bits.



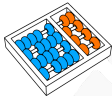
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.
- ▶ Então, as funções consideradas são sempre positivas.
- ▶ Dependendo do caso, n representa diferentes valores:
 - ▶ **Problemas de precisão arbitrária:** número de bits.
 - ▶ **Problemas em grafos:** número de vértices e/ou arestas.



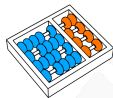
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.
- ▶ Então, as funções consideradas são sempre positivas.
- ▶ Dependendo do caso, n representa diferentes valores:
 - ▶ **Problemas de precisão arbitrária:** número de bits.
 - ▶ **Problemas em grafos:** número de vértices e/ou arestas.
 - ▶ **Problemas com vetores:** tamanho do vetor.



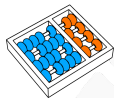
Notação assintótica

- ▶ Vamos expressar complexidade como uma **função em n** .
- ▶ A função mede o número de instruções de um algoritmo.
- ▶ Então, as funções consideradas são sempre positivas.
- ▶ Dependendo do caso, n representa diferentes valores:
 - ▶ **Problemas de precisão arbitrária:** número de bits.
 - ▶ **Problemas em grafos:** número de vértices e/ou arestas.
 - ▶ **Problemas com vetores:** tamanho do vetor.
 - ▶ **Problemas de busca em textos:** tamanho das strings.



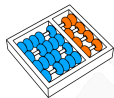
Comparação de funções

- ▶ Vamos comparar funções assintoticamente.



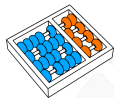
Comparação de funções

- ▶ Vamos comparar funções assintoticamente.
- ▶ Queremos desprezar as constantes multiplicativas.



Comparação de funções

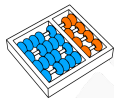
- ▶ Vamos comparar funções assintoticamente.
- ▶ Queremos desprezar as constantes multiplicativas.
- ▶ Vamos falar em termos de **ordem** de crescimento.



Comparação de funções

- ▶ Vamos comparar funções assintoticamente.
- ▶ Queremos desprezar as constantes multiplicativas.
- ▶ Vamos falar em termos de **ordem** de crescimento.

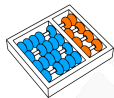
	$n = 100$	$n = 1000$	$n = 10^4$	$n = 10^6$	$n = 10^9$
$\log n$	2	3	4	6	9
n	100	1000	10^4	10^6	10^9
$n \log n$	200	3000	$4 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^6$	$9 \cdot 10^9$
n^2	10^4	10^6	10^8	10^{12}	10^{18}
$100n^2 + 15n$	$1,0015 \cdot 10^6$	$1,00015 \cdot 10^8$	$\approx 10^{10}$	$\approx 10^{14}$	$\approx 10^{20}$
2^n	$\approx 1,26 \cdot 10^{30}$	$\approx 1,07 \cdot 10^{301}$	?	?	?



Notação O

Definição

A classe $O(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

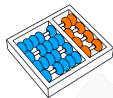


Notação O

Definição

A classe $O(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c e n_0 que satisfazem:

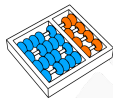


Notação O

Definição

A classe $O(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c e n_0 que satisfazem:
- ▶ $0 \leq f(n) \leq cg(n)$ para todo $n \geq n_0$.



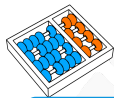
Notação O

Definição

A classe $O(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c e n_0 que satisfazem:
- ▶ $0 \leq f(n) \leq cg(n)$ para todo $n \geq n_0$.

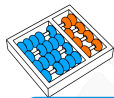
Dizemos que $f(n)$ cresce **NO MÁXIMO** tão rápido quanto $g(n)$.



Notação O: exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$



Notação O: exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.



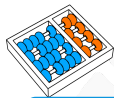
Notação O: exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$



Notação O: exemplo

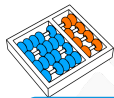
Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,



Notação O: exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) =$$



Notação O: exemplo

Exemplo

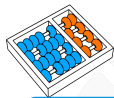
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$$



Notação O: exemplo

Exemplo

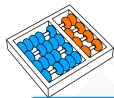
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2}n^2 - 3n \\ &= \frac{1}{2} \cdot (n^2 - 6n) \end{aligned}$$



Notação O: exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2}n^2 - 3n \\ &= \frac{1}{2} \cdot (n^2 - 6n) \\ &\leq \frac{1}{2} \cdot n^2 \end{aligned} \quad (\text{pois } n \geq 0)$$



Notação O: exemplo

Exemplo

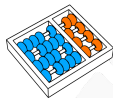
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in O(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 1.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

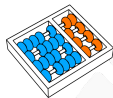
$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2}n^2 - 3n \\ &= \frac{1}{2} \cdot (n^2 - 6n) \\ &\leq \frac{1}{2} \cdot n^2 && \text{(pois } n \geq 0) \\ &= c \cdot g(n). \end{aligned}$$



Notação Ω

Definição

A classe $\Omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

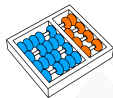


Notação Ω

Definição

A classe $\Omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c e n_0 que satisfazem:

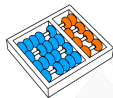


Notação Ω

Definição

A classe $\Omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c e n_0 que satisfazem:
- ▶ $0 \leq cg(n) \leq f(n)$ para todo $n \geq n_0$.



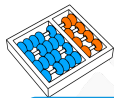
Notação Ω

Definição

A classe $\Omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c e n_0 que satisfazem:
- ▶ $0 \leq cg(n) \leq f(n)$ para todo $n \geq n_0$.

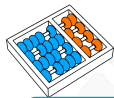
Dizemos que $f(n)$ cresce **NO MÍNIMO** tão rápido quanto $g(n)$.



Notação Ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

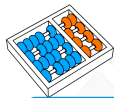


Notação Ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.



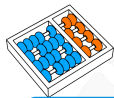
Notação Ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$



Notação Ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,



Notação Ω : exemplo

Exemplo

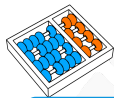
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) =$$



Notação Ω : exemplo

Exemplo

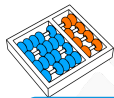
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$$



Notação Ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2}n^2 - 3n \\ &= \frac{n}{2} \cdot (n - 6) \end{aligned}$$



Notação Ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2}n^2 - 3n \\ &= \frac{n}{2} \cdot (n - 6) \\ &\geq \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \quad (\text{pois } n \geq 12) \end{aligned}$$



Notação Ω : exemplo

Exemplo

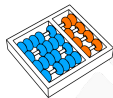
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Omega(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{4}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

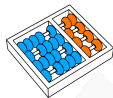
$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{2}n^2 - 3n \\ &= \frac{n}{2} \cdot (n - 6) \\ &\geq \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} && (\text{pois } n \geq 12) \\ &= c \cdot g(n). \end{aligned}$$



Notação Θ

Definição

A classe $\Theta(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

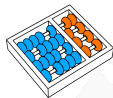


Notação Θ

Definição

A classe $\Theta(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c_1 , c_2 e n_0 que satisfazem:

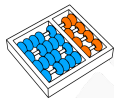


Notação Θ

Definição

A classe $\Theta(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c_1 , c_2 e n_0 que satisfazem:
- ▶ $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$ para todo $n \geq n_0$.



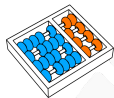
Notação Θ

Definição

A classe $\Theta(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Existem constantes positivas c_1, c_2 e n_0 que satisfazem:
- ▶ $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$ para todo $n \geq n_0$.

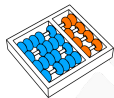
Dizemos que $f(n)$ cresce **TÃO RÁPIDO** quanto $g(n)$.



Notação Θ : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Theta(n^2)$$

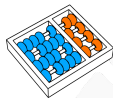


Notação Θ : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Theta(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.



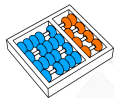
Notação Θ : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Theta(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c_1 = \frac{1}{4}, \quad c_2 = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$



Notação Θ : exemplo

Exemplo

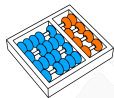
$$\frac{1}{2}n^2 - 3n \in \Theta(n^2)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{2}n^2 - 3n$ e $g(n) = n^2$.
- ▶ Escolha valores

$$c_1 = \frac{1}{4}, \quad c_2 = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad n_0 = 12.$$

- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$, já verificamos que

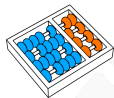
$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n).$$



Notação o

Definição

A classe $o(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

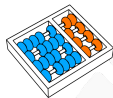


Notação o

Definição

A classe $o(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Para **toda** constante $c > 0$, existe um número n_0 que satisfaz:

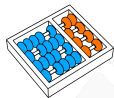


Notação o

Definição

A classe $o(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Para **toda** constante $c > 0$, existe um número n_0 que satisfaz:
- ▶ $0 \leq f(n) < cg(n)$ para todo $n \geq n_0$.



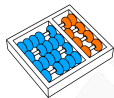
Notação o

Definição

A classe $o(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Para **toda** constante $c > 0$, existe um número n_0 que satisfaz:
- ▶ $0 \leq f(n) < cg(n)$ para todo $n \geq n_0$.

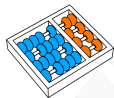
Dizemos que $f(n)$ cresce **MAIS LENTAMENTE** que $g(n)$.



Notação o: exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

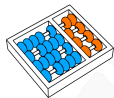


Notação o: exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.

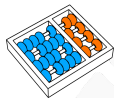


Notação o: exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.

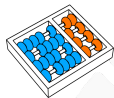


Notação o : exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \left\lceil \frac{1000}{c} \right\rceil + 1$.

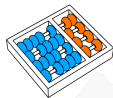


Notação o : exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil \frac{1000}{c} \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,



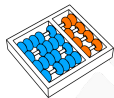
Notação o : exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil \frac{1000}{c} \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) =$$



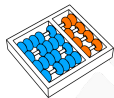
Notação o : exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil \frac{1000}{c} \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) = 1000n^2$$



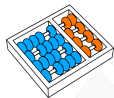
Notação o : exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \left\lceil \frac{1000}{c} \right\rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= 1000n^2 \\ &= \frac{1000}{n} \cdot n^3 \end{aligned}$$



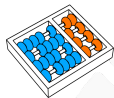
Notação o: exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil \frac{1000}{c} \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= 1000n^2 \\ &= \frac{1000}{n} \cdot n^3 \\ &< c \cdot n^3 \quad (\text{pois } n \geq n_0) \end{aligned}$$



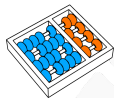
Notação o : exemplo

Exemplo

$$1000n^2 \in o(n^3)$$

- ▶ Temos $f(n) = 1000n^2$ e $g(n) = n^3$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil \frac{1000}{c} \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

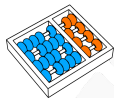
$$\begin{aligned} f(n) &= 1000n^2 \\ &= \frac{1000}{n} \cdot n^3 \\ &< c \cdot n^3 && \text{(pois } n \geq n_0) \\ &= c \cdot g(n). \end{aligned}$$



Notação ω

Definição

A classe $\omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

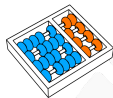


Notação ω

Definição

A classe $\omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Para **toda** constante $c > 0$, existe um número n_0 que satisfaz:

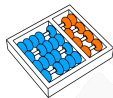


Notação ω

Definição

A classe $\omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Para **toda** constante $c > 0$, existe um número n_0 que satisfaz:
- ▶ $0 \leq cg(n) < f(n)$ para todo $n \geq n_0$.



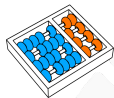
Notação ω

Definição

A classe $\omega(g(n))$ é o conjunto de funções $f(n)$ tais que:

- ▶ Para **toda** constante $c > 0$, existe um número n_0 que satisfaz:
- ▶ $0 \leq cg(n) < f(n)$ para todo $n \geq n_0$.

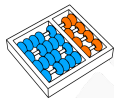
Dizemos que $f(n)$ cresce **MAIS RAPIDAMENTE** que $g(n)$.



Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

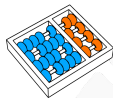


Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.

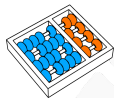


Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.

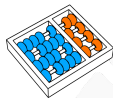


Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.

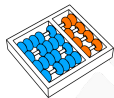


Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,



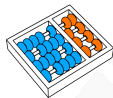
Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) =$$



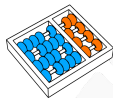
Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$f(n) = \frac{1}{1000}n^2$$



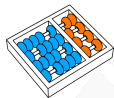
Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{1000}n^2 \\ &= \frac{n}{1000} \cdot n \end{aligned}$$



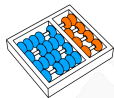
Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{1000}n^2 \\ &= \frac{n}{1000} \cdot n \\ &> c \cdot n \end{aligned} \quad (\text{pois } n \geq n_0)$$



Notação ω : exemplo

Exemplo

$$\frac{1}{1000}n^2 \in \omega(n)$$

- ▶ Temos $f(n) = \frac{1}{1000}n^2$ e $g(n) = n$.
- ▶ Seja $c > 0$ uma constante **ARBITRÁRIA**.
- ▶ Defina $n_0 = \lceil 1000c \rceil + 1$.
- ▶ Então, supondo $n \geq n_0$,

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{1000}n^2 \\ &= \frac{n}{1000} \cdot n \\ &> c \cdot n && \text{(pois } n \geq n_0) \\ &= c \cdot g(n). \end{aligned}$$

NOTAÇÃO ASSINTÓTICA

MC458 - Projeto e Análise de
Algoritmos I

Santiago Valdés Ravelo
[https://ic.unicamp.br/~santiago/
ravelo@unicamp.br](https://ic.unicamp.br/~santiago/ravelo@unicamp.br)

08/25

02



UNICAMP

