Busca

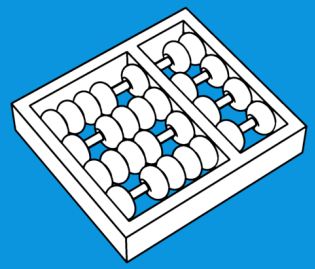
MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

06/25

22

Santiago Valdés Ravelo
https://ic.unicamp.br/~santiago/
ravelo@unicamp.br

UNICAMP



BINARY SEARCH
PROGRAMMER
Linear Search

Maratona dos Bixes!!!

No dia 06/06 das 14 às 17h

Valendo nota extra na disciplina pelo seu desempenho ;-)

Inscrições: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfld1b2GEv17AAYCAqy09_mHARPZ9qzhCkJO3rxWy6qsKDcGw/viewform?usp=dialog

Dúvidas da aula anterior

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?

Dúvidas selecionadas

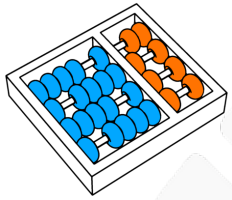
- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?
- Tem alguma regra geral pra gente saber qual algoritmo é o mais eficiente?

Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?
- Tem alguma regra geral pra gente saber qual algoritmo é o mais eficiente?
- Não daria pra melhorar o insert só inserindo na posição correta em vez de fazer várias trocas?

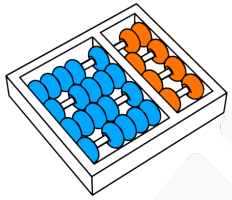
Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?
- Tem alguma regra geral pra gente saber qual algoritmo é o mais eficiente?
- Não daria pra melhorar o insert só inserindo na posição correta em vez de fazer várias trocas?
- Existem quantos tipos de algoritmos de organização?



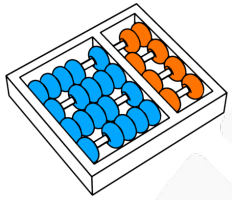
Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como "a"<"e" por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como "ae"<"ao"?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?
- Tem alguma regra geral pra gente saber qual algoritmo é o mais eficiente?
- Não daria pra melhorar o insert só inserindo na posição correta em vez de fazer várias trocas?
- Existem quantos tipos de algoritmos de organização?
- O tipo de ordenação utilizada tem algum impacto significativo na eficiência do código?



Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?
- Tem alguma regra geral pra gente saber qual algoritmo é o mais eficiente?
- Não daria pra melhorar o insert só inserindo na posição correta em vez de fazer várias trocas?
- Existem quantos tipos de algoritmos de organização?
- O tipo de ordenação utilizada tem algum impacto significativo na eficiência do código?
- Pode explicar o sort do tipo bubble novamente?



Dúvidas selecionadas

- Assim como podemos dizer que um caractere é menor que o outro, como “a”<“e” por conta do encoding, podemos dizer o mesmo de uma combinação de caracteres, como “ae”<“ao”?
- Você mencionou que python usa dois sorts. Significa que ele analisa qual é melhor pra situação?
- Não entendi pq utilizar outro algoritmo se o selection é o com menor tempo.
- Qual a complexidade desses algoritmos mostrados em aula?
- Você decorou a tabela ascii?
- Nós vimos a comparação em tempo dos algoritmos de ordenação que o senhor mostrou, mas como seria o uso de memória de ambos?
- Porque os desenvolvedores do python (atualmente) não alteram funções menos eficientes como o sort deles para versões mais eficientes em novas versões da linguagem?
- Tem alguma regra geral pra gente saber qual algoritmo é o mais eficiente?
- Não daria pra melhorar o insert só inserindo na posição correta em vez de fazer várias trocas?
- Existem quantos tipos de algoritmos de organização?
- O tipo de ordenação utilizada tem algum impacto significativo na eficiência do código?
- Pode explicar o sort do tipo bubble novamente?
- Como escolher entre os algoritmos de ordenação apresentados para resolver um problema?

Busca

Busca

Busca: Dada uma lista $\mathbf{l}$ de números e um número $\mathbf{x}$, encontrar, se existir, um índice $\mathbf{i}$ tal que $\mathbf{l[i]} = \mathbf{x}$.

Busca

Busca: Dada uma lista $\mathbf{l}$ de números e um número $\mathbf{x}$, encontrar, se existir, um índice $\mathbf{i}$ tal que $\mathbf{l[i]} = \mathbf{x}$.

Ideia do algoritmo:

Busca

Busca: Dada uma lista $\mathbf{l}$ de números e um número $\mathbf{x}$, encontrar, se existir, um índice $\mathbf{i}$ tal que $\mathbf{l[i]} = \mathbf{x}$.

Ideia do algoritmo:

- Percorrer a lista do início para o fim, procurando $\mathbf{x}$.

Busca

Busca: Dada uma lista $\mathbf{l}$ de números e um número $\mathbf{x}$, encontrar, se existir, um índice $\mathbf{i}$ tal que $\mathbf{l[i]} = \mathbf{x}$.

Ideia do algoritmo:

- Percorrer a lista do início para o fim, procurando $\mathbf{x}$.
- Se encontrarmos, devolvemos o índice onde $\mathbf{x}$ está.

Busca

Busca: Dada uma lista $\mathbf{l}$ de números e um número $\mathbf{x}$, encontrar, se existir, um índice $\mathbf{i}$ tal que $\mathbf{l[i]} = \mathbf{x}$.

Ideia do algoritmo:

- Percorrer a lista do início para o fim, procurando $\mathbf{x}$.
- Se encontrarmos, devolvemos o índice onde $\mathbf{x}$ está.
- Se não encontrarmos, então $\mathbf{x}$ não está na lista.

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Ideia do algoritmo:

- Percorrer a lista do início para o fim, procurando **x**.
- Se encontrarmos, devolvemos o índice onde **x** está.
- Se não encontrarmos, então **x** não está na lista.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

BuscaSequencial é um algoritmo para **Busca**?

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

BuscaSequencial é um algoritmo para **Busca**?

- Seus passos são simples o suficiente.

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

BuscaSequencial é um algoritmo para **Busca**?

- Seus passos são simples o suficiente.
- Ele claramente sempre termina.

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

BuscaSequencial é um algoritmo para **Busca**?

- Seus passos são simples o suficiente.
- Ele claramente sempre termina.
- Ele dá a resposta correta?

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 1
    se l[i] = x
        devolva i
devolva −1
```

BuscaSequencial é um algoritmo para **Busca**?

- Seus passos são simples o suficiente.
- Ele claramente sempre termina.
- Ele dá a resposta correta?
  - Se a 1ª ocorrência de **x** em **l** é a posição **k**, ele devolve **k**.

Busca

Busca: Dada uma lista **l** de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Algoritmo: BuscaSequencial(l, x)

```
1 n ← tamanho de l
2 para i = 0 até n − 1
3     se l[i] = x
4         devolva i
5 devolva −1
```

BuscaSequencial é um algoritmo para **Busca**?

- Seus passos são simples o suficiente.
- Ele claramente sempre termina.
- Ele dá a resposta correta?
  - Se a 1ª ocorrência de **x** em **l** é a posição **k**, ele devolve **k**.
  - Se **x** não está em **l**, a linha 4 sempre falha e devolvemos **-1**.

Busca em lista ordenada

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista l ordenada de números e um número x, encontrar, se existir, um índice i tal que $l[i] = x$.

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista l ordenada de números e um número x, encontrar, se existir, um índice i tal que $l[i] = x$.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista **l** ordenada de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição **m**. O que pode acontecer?

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista **l** ordenada de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição **m**. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que **l[m] = x**... Ótimo!

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista l ordenada de números e um número x, encontrar, se existir, um índice i tal que $l[i] = x$.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição m. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que $l[m] = x$... Ótimo!
- Eu posso descobrir que $l[m] < x$ ou $l[m] > x$.

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista l ordenada de números e um número x, encontrar, se existir, um índice i tal que $l[i] = x$.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição m. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que $l[m] = x$... Ótimo!
- Eu posso descobrir que $l[m] < x$ ou $l[m] > x$.
  - Se $l[m] < x$, então se x estiver na lista, está da posição $m + 1$ para a frente...

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista **l** ordenada de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i]** $=$ **x**.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição **m**. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que **l[m]** $=$ **x**... Ótimo!
- Eu posso descobrir que **l[m]** $<$ **x** ou **l[m]** $>$ **x**.
  - Se **l[m]** $<$ **x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m** $+$ **1** para a frente...
  - Se **l[m]** $>$ **x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m** - **1** para trás...

Busca em uma lista ordenada

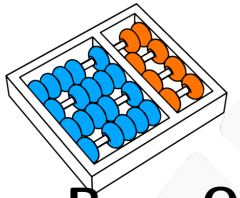
BuscaOrdenada: Dada uma lista **l** ordenada de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i]** $=$ **x**.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição **m**. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que **l[m]** $=$ **x**... Ótimo!
- Eu posso descobrir que **l[m]** $<$ **x** ou **l[m]** $>$ **x**.
  - Se **l[m]** $<$ **x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m** $+$ **1** para a frente...
  - Se **l[m]** $>$ **x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m** - **1** para trás...

Qual **m** escolher?



Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista **l** ordenada de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i]** $=$ **x**.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição **m**. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que **l[m]** $=$ **x**... Ótimo!
- Eu posso descobrir que **l[m]** $<$ **x** ou **l[m]** $>$ **x**.
  - Se **l[m]** $<$ **x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m** $+$ **1** para a frente...
  - Se **l[m]** $>$ **x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m - 1** para trás...

Qual **m** escolher?

- **n / 2** parece bom porque "descarto" metade da lista.

Busca em uma lista ordenada

BuscaOrdenada: Dada uma lista **l** ordenada de números e um número **x**, encontrar, se existir, um índice **i** tal que **l[i] = x**.

Já temos BUSCASEQUENCIAL, mas ele não se aproveita do fato da lista estar ordenada...

Ideia: Digamos que, ao invés de olhar a primeira posição da lista, eu olhe uma posição **m**. O que pode acontecer?

- Eu posso descobrir que **l[m] = x**... Ótimo!
- Eu posso descobrir que **l[m] < x** ou **l[m] > x**.
  - Se **l[m] < x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m + 1** para a frente...
  - Se **l[m] > x**, então se **x** estiver na lista, está da posição **m - 1** para trás...

Qual **m** escolher?

- **n / 2** parece bom porque "descarto" metade da lista.

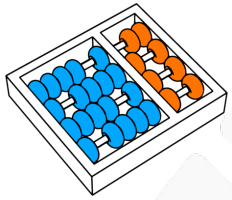
Posso repetir a mesma ideia para a parte não descartada.

Busca binária

Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```



Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:

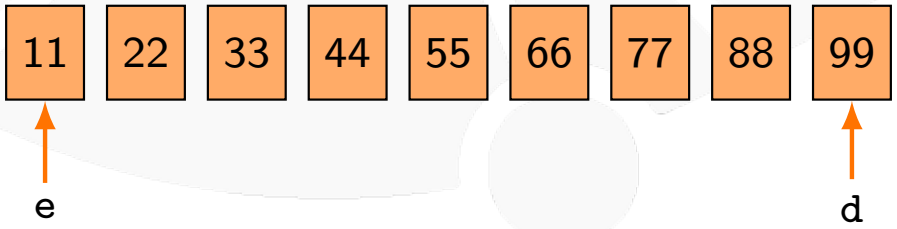
11	22	33	44	55	66	77	88	99

Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:

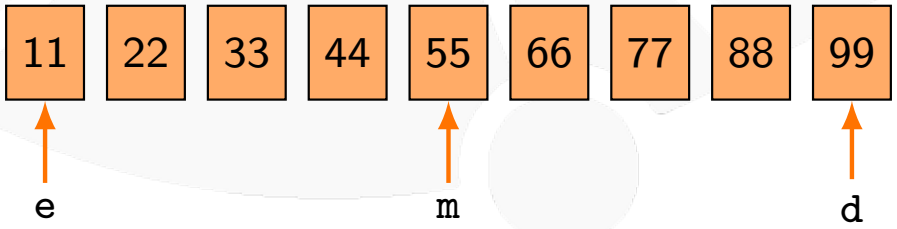


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:

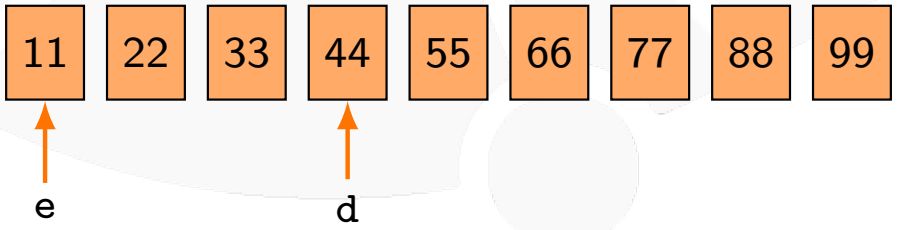


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:

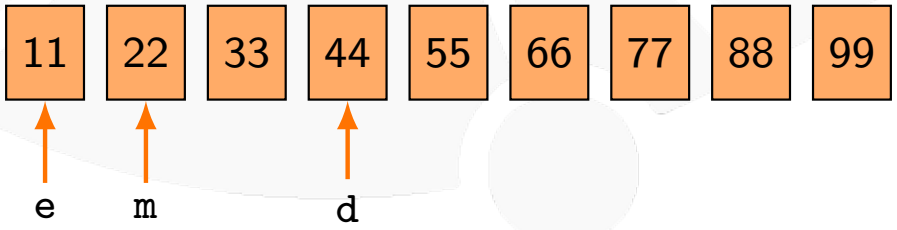


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:

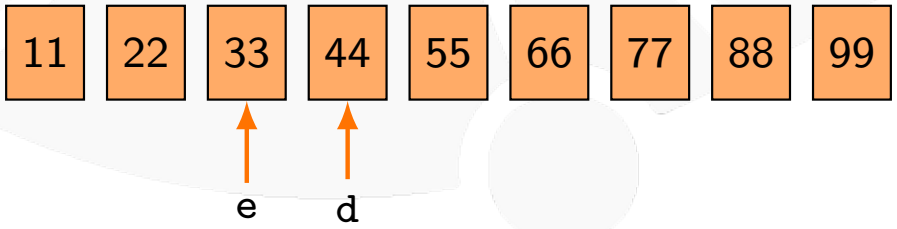


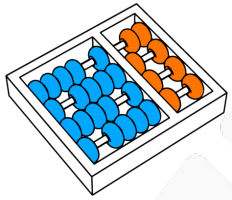
Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:



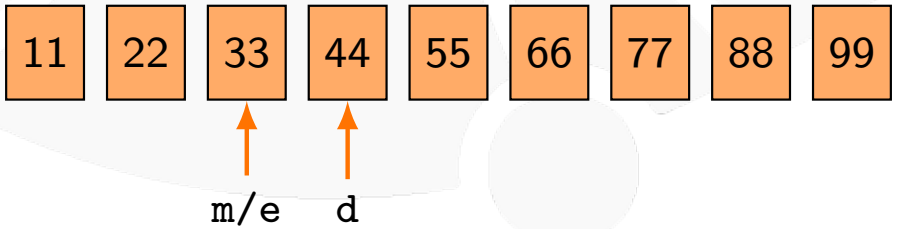


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 33:

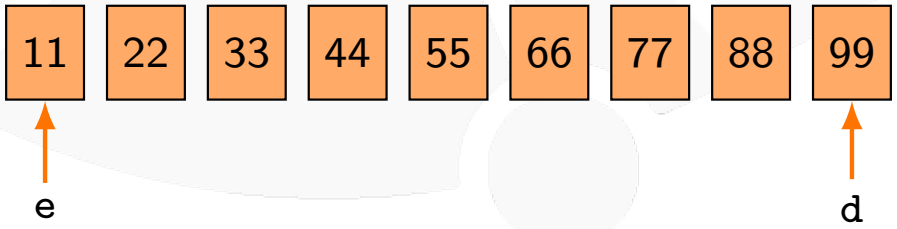


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:

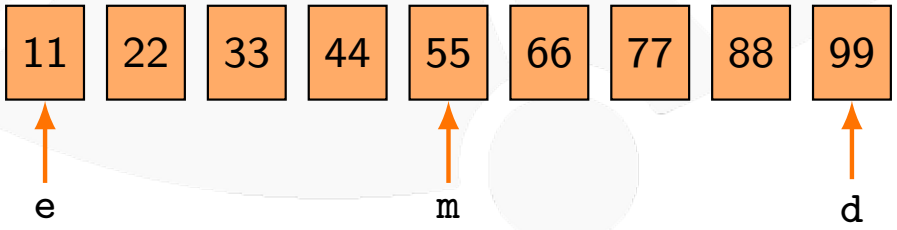


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:

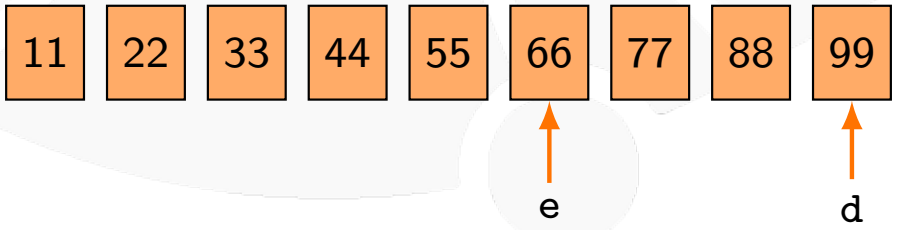


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:

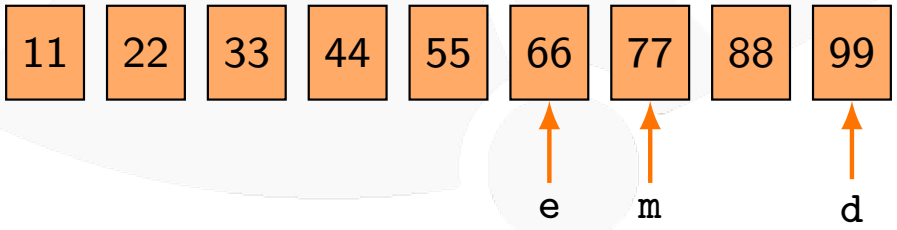


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:

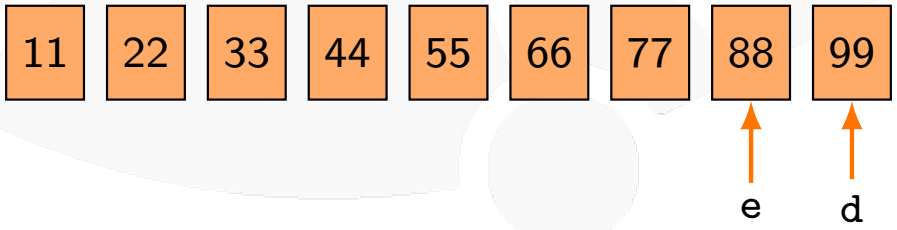


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:

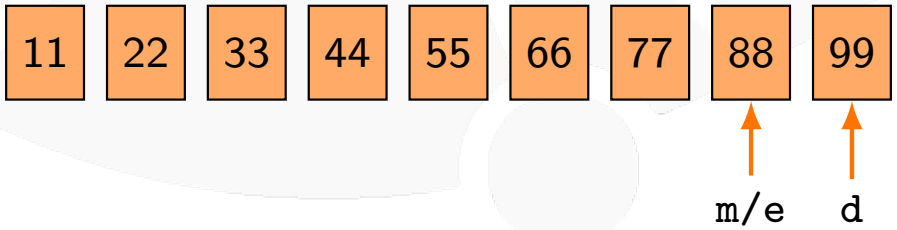


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:

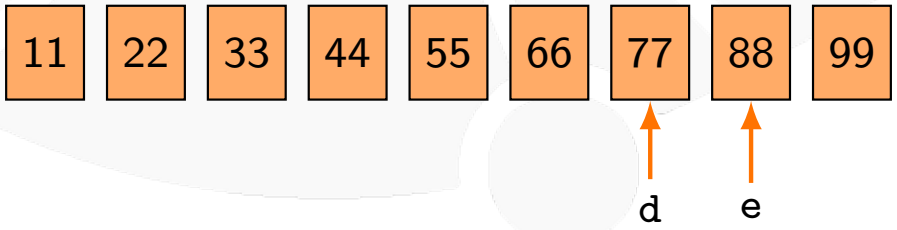


Busca Binária

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Buscando por 80:



Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

No começo **e = 0** e **d = n - 1** e a cada passo:

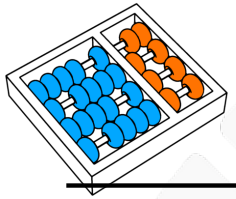
Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

No começo **e = 0** e **d = n - 1** e a cada passo:

- **m** é um número maior ou igual a **e**.



Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

No começo **e = 0** e **d = n - 1** e a cada passo:

- **m** é um número maior ou igual a **e**.
- **m** é um número menor ou igual a **d**.

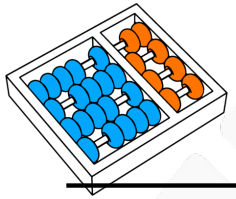
Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

No começo **e = 0** e **d = n - 1** e a cada passo:

- **m** é um número maior ou igual a **e**.
- **m** é um número menor ou igual a **d**.
- Portanto, exatamente uma das opções ocorre:



Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

No começo **e = 0** e **d = n - 1** e a cada passo:

- **m** é um número maior ou igual a **e**.
- **m** é um número menor ou igual a **d**.
- Portanto, exatamente uma das opções ocorre:
  - **e** aumenta, ou

Busca Binária sempre termina?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

No começo **e = 0** e **d = n - 1** e a cada passo:

- **m** é um número maior ou igual a **e**.
- **m** é um número menor ou igual a **d**.
- Portanto, exatamente uma das opções ocorre:
  - **e** aumenta, ou
  - **d** diminui.

Busca Binária funciona?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Busca Binária funciona?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Suponha que **x** esteja em **l[e], ..., l[d]** no começo da iteração, então:

Busca Binária funciona?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Suponha que **x** esteja em **l[e], ..., l[d]** no começo da iteração, então:

- Se **l[m] == x**, o algoritmo dá a resposta correta.

Busca Binária funciona?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Suponha que **x** esteja em **l[e], ..., l[d]** no começo da iteração, então:

- Se **l[m] == x**, o algoritmo dá a resposta correta.
- Se **l[m] > x**, então **x** está em **l[e], ..., l[m - 1]**.

Busca Binária funciona?

Algoritmo: BUSCABINÁRIA(l, x)

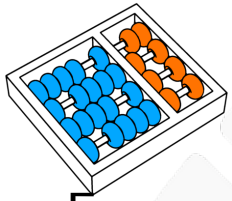
```
n ← tamanho de l, e ← 0, d ← n − 1
enquanto e ≤ d
    m ← (e + d)/2                    ▷ divisão inteira
    se l[m] = x
        devolva m
    se l[m] < x
        e ← m + 1                    ▷ está para a direita
    se l[m] > x
        d ← m − 1                    ▷ está para a esquerda
devolva −1
```

Suponha que **x** esteja em **l[e], ..., l[d]** no começo da iteração, então:

- Se **l[m] == x**, o algoritmo dá a resposta correta.
- Se **l[m] > x**, então **x** está em **l[e], ..., l[m - 1]**.
- Se **l[m] < x**, então **x** está em **l[m + 1], ..., l[d]**.

Quantas posições da lista olhamos?

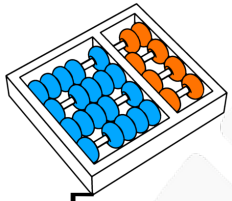
Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:



Quantas posições da lista olhamos?

Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.



Quantas posições da lista olhamos?

Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

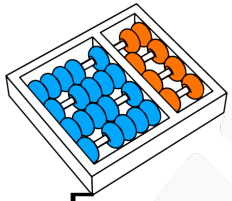
Quantas posições da lista olhamos?

Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:



Quantas posições da lista olhamos?

Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:

- $f(1) = 1$, pois o elemento do meio é o único elemento.

Quantas posições da lista olhamos?

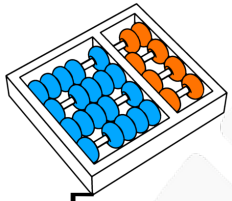
Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:

- $f(1) = 1$, pois o elemento do meio é o único elemento.
- $f(3) = 1 + f(1) = 2$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 1.



Quantas posições da lista olhamos?

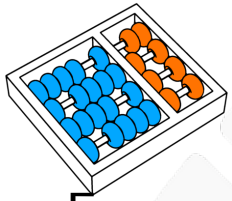
Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:

- $f(1) = 1$, pois o elemento do meio é o único elemento.
- $f(3) = 1 + f(1) = 2$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 1.
- $f(7) = 1 + f(3) = 3$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 3.



Quantas posições da lista olhamos?

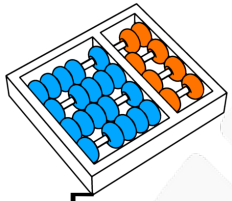
Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:

- $f(1) = 1$, pois o elemento do meio é o único elemento.
- $f(3) = 1 + f(1) = 2$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 1.
- $f(7) = 1 + f(3) = 3$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 3.
- De forma geral, $f(2^k - 1) = 1 + f(2^{k-1} - 1) = k$.



Quantas posições da lista olhamos?

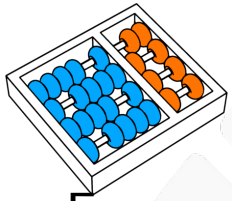
Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:

- $f(1) = 1$, pois o elemento do meio é o único elemento.
- $f(3) = 1 + f(1) = 2$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 1.
- $f(7) = 1 + f(3) = 3$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 3.
- De forma geral, $f(2^k - 1) = 1 + f(2^{k-1} - 1) = k$.
- Ou seja, para $n = 2^k - 1$, olhamos k posições.



Quantas posições da lista olhamos?

Em uma busca sequencial, podemos ter que olhar todas as **n** posições da lista:

- Quando **x** não está na lista.

Mas e na busca binária?

Chame de $f(n)$ o maior número de posições que olhamos entre todas as instâncias onde a lista tem n elementos:

- $f(1) = 1$, pois o elemento do meio é o único elemento.
- $f(3) = 1 + f(1) = 2$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 1.
- $f(7) = 1 + f(3) = 3$, pois olhamos o elemento do meio e, se não encontramos, precisamos olhar uma lista de tamanho 3.
- De forma geral, $f(2^k - 1) = 1 + f(2^{k-1} - 1) = k$.
- Ou seja, para $n = 2^k - 1$, olhamos k posições.
- Isto é, $\log_2(n + 1)$ posições.

Experimentos

Experimento 1

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com $l[i] = i$.

Experimento 1

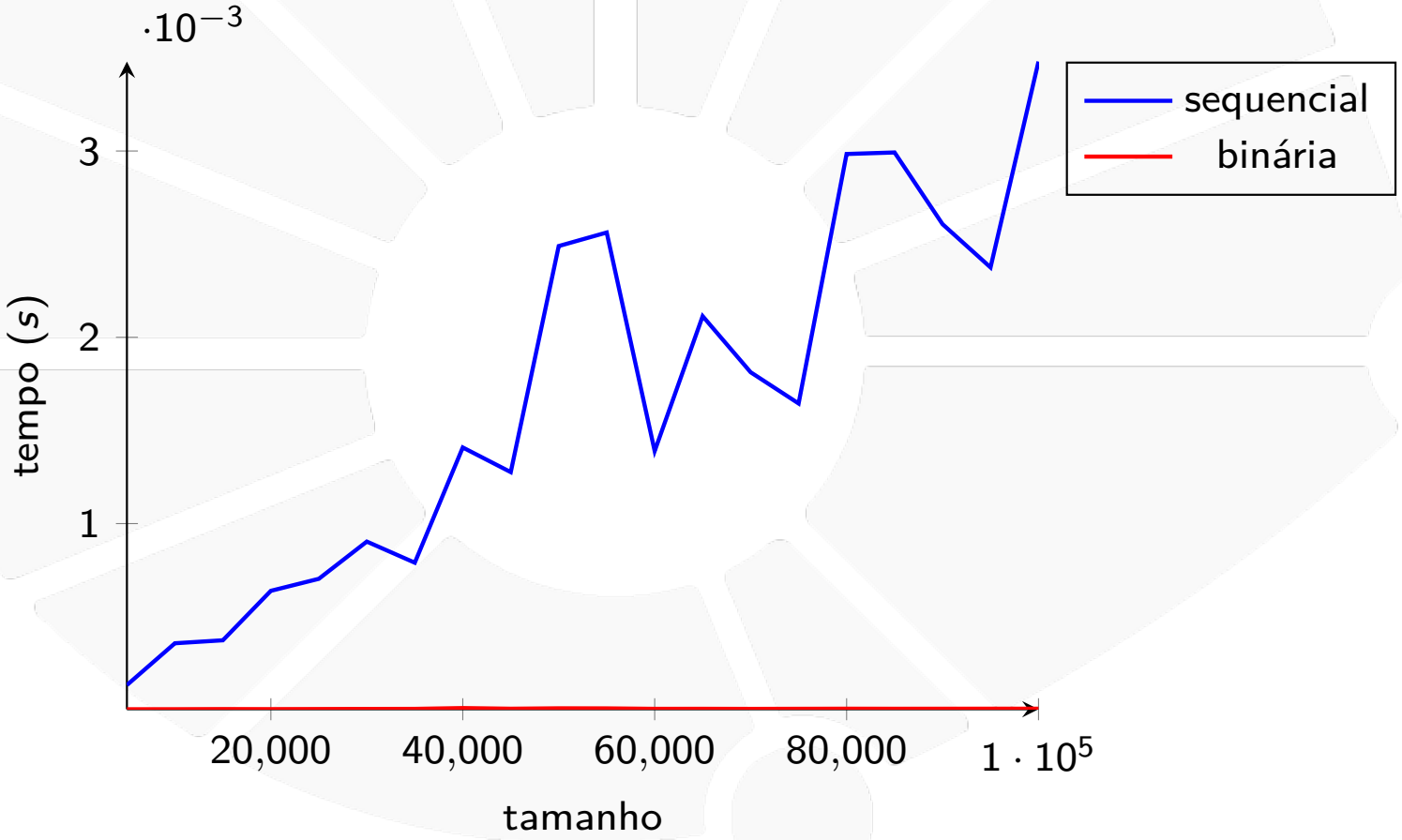
- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com $l[i] = i$.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.

Experimento 1

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com $l[i] = i$.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.
- Escolhemos um i aleatório e procuramos por $l[i]$ em l.

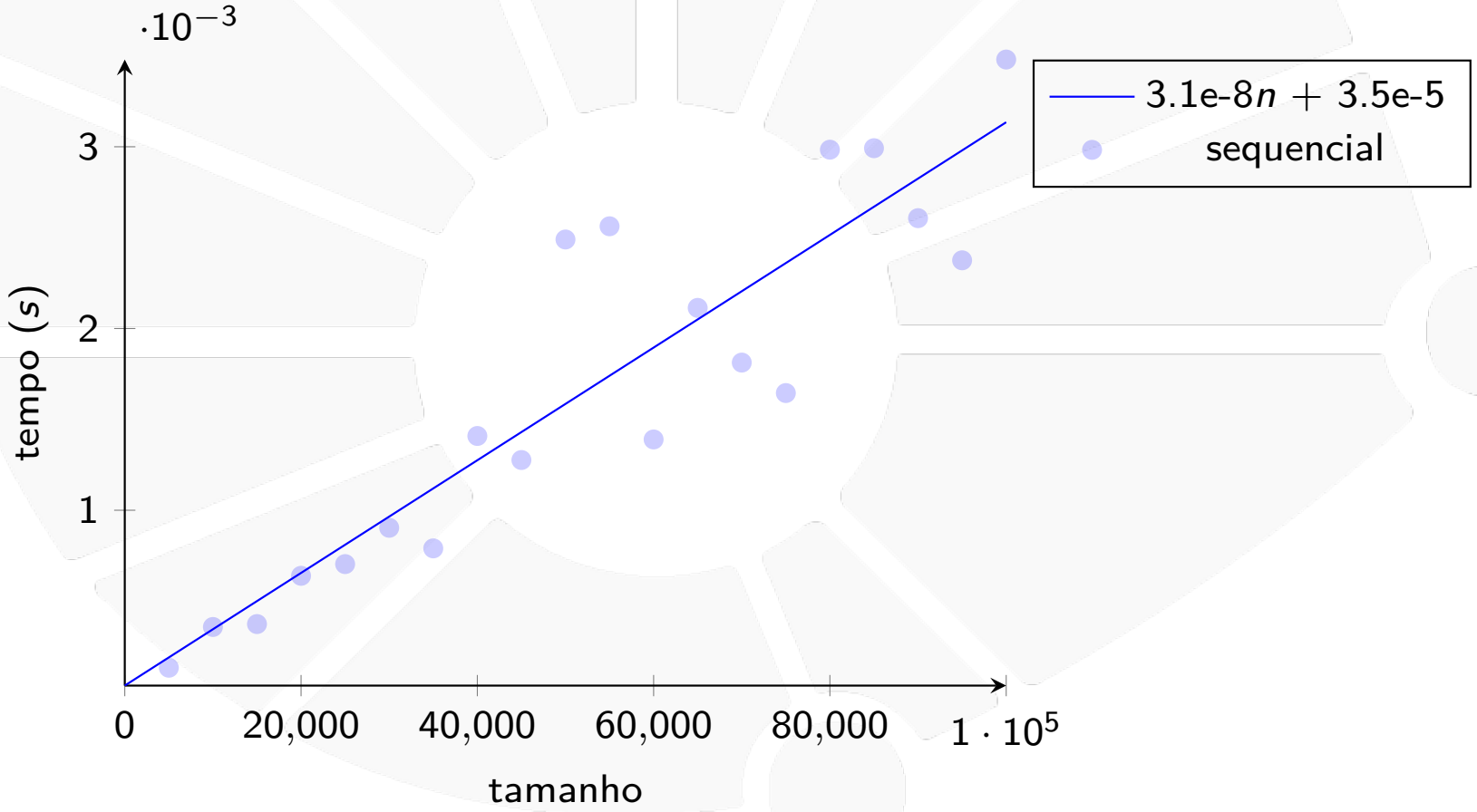
Experimento 1

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com $l[i] = i$.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.
- Escolhemos um i aleatório e procuramos por $l[i]$ em l.



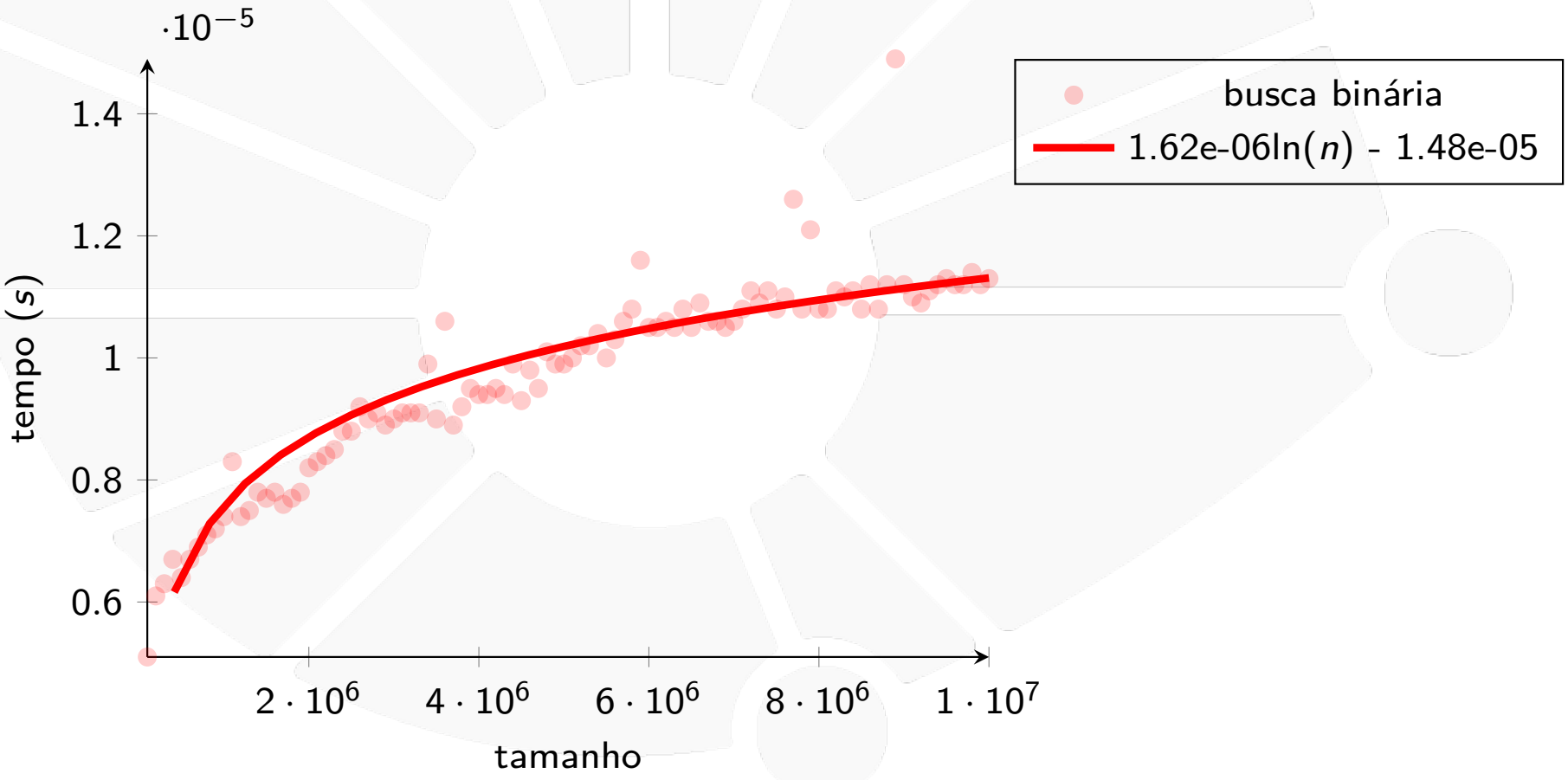
Experimento 1

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com l[i] = i.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.
- Escolhemos um i aleatório e procuramos por l[i] em l.



Experimento 1b — apenas busca binária

- Listas de tamanho 100000, 200000, . . . , 10000000, com **l[i] = i**.
- Tiramos a média do tempo de 100 execuções.
- Escolhemos um **i** aleatório e procuramos por **l[i]** em **l**.



Experimento 2

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com $l[i] = i$.

Experimento 2

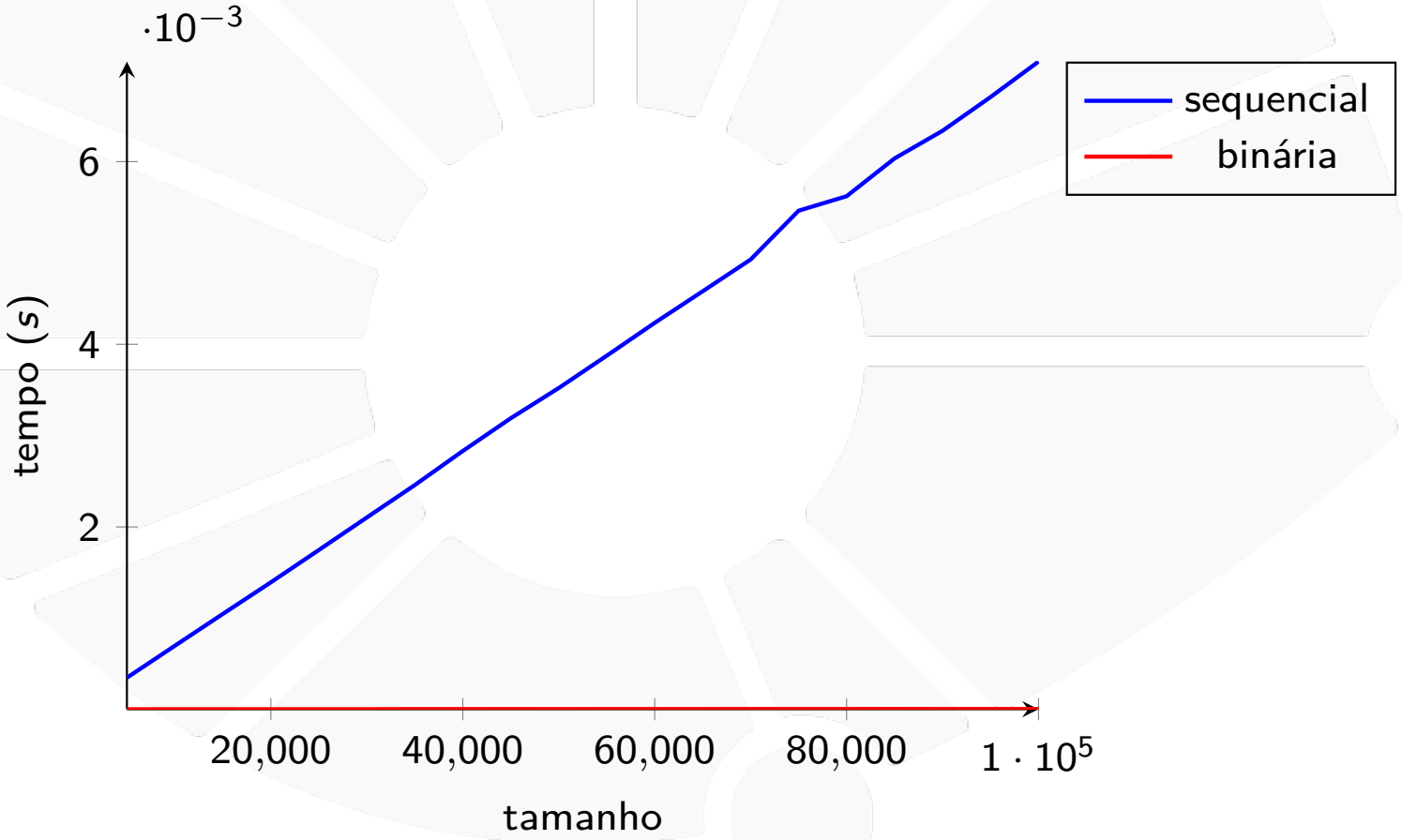
- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com $l[i] = i$.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.

Experimento 2

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com **l[i] = i**.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.
- Buscamos por **len(l)** (que não está na lista).

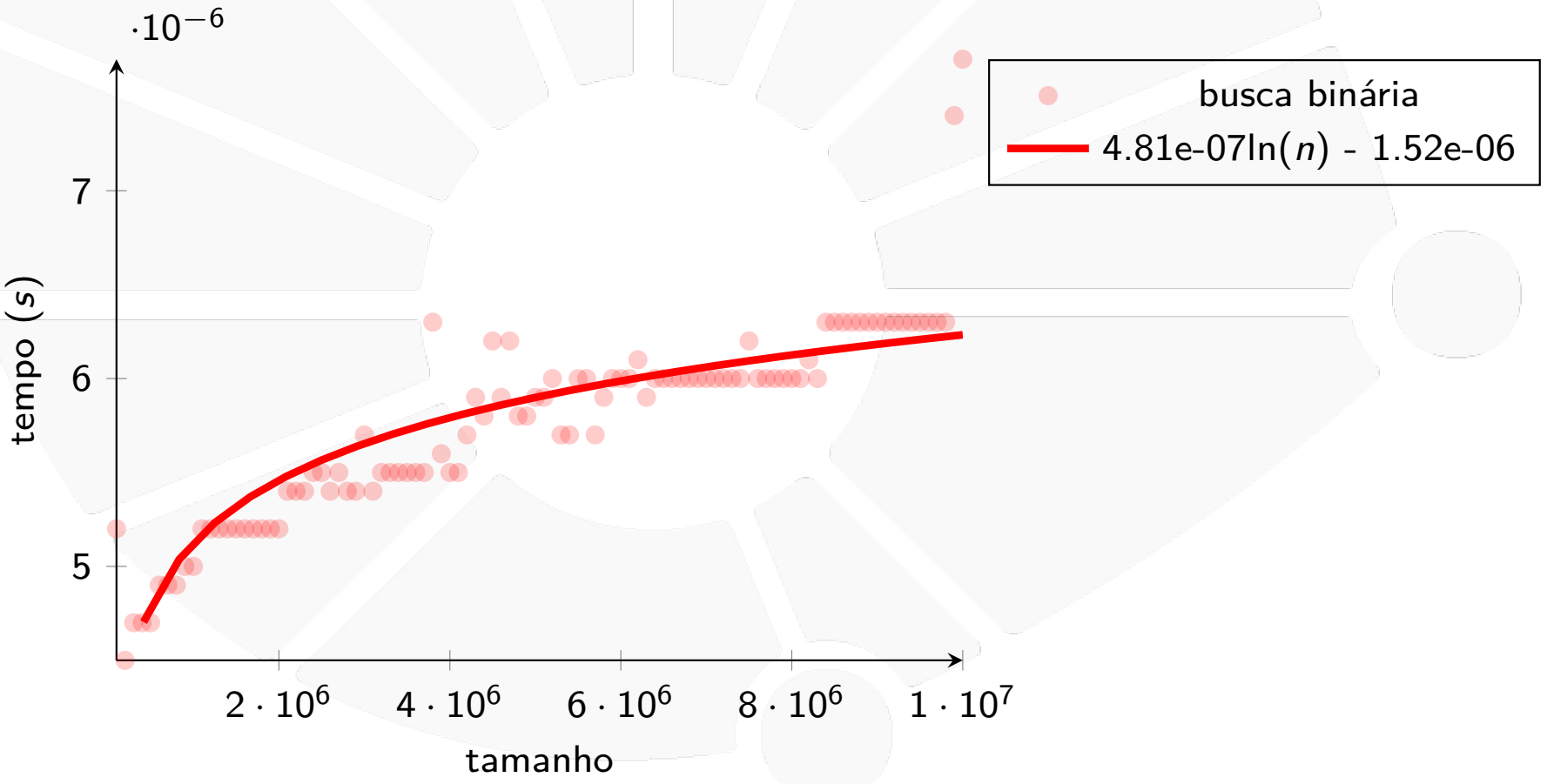
Experimento 2

- Listas de tamanho 5000, 10000, . . . , 100000, com **l[i] = i**.
- Tiramos a média do tempo de 20 execuções.
- Buscamos por **len(l)** (que não está na lista).



Experimento 2b — apenas busca binária

- Listas de tamanho 100000, 200000, . . . , 10000000, com **l[i] = i**.
- Tiramos a média do tempo de 100 execuções.
- Buscamos por **len(l)** (que não está na lista).



Exercícios

Sobre os algoritmos

Vamos fazer alguns exercícios?

Exercícios

1. Faça um algoritmo que dado uma lista ordenada e um elemento indica onde inserir esse elemento na lista para mantê-la ordenada. . .

Exercícios

1. Faça um algoritmo que dado uma lista ordenada e um elemento indica onde inserir esse elemento na lista para mantê-la ordenada. . .
   - Se o elemento já estiver na lista, você deve inseri-lo de forma a ser o primeiro do bloco repetido.

Exercícios

1. Faça um algoritmo que dado uma lista ordenada e um elemento indica onde inserir esse elemento na lista para mantê-la ordenada. . .
   - Se o elemento já estiver na lista, você deve inseri-lo de forma a ser o primeiro do bloco repetido.
2. Use o algoritmo anterior para implementar uma busca em uma lista ordenada

Exercícios

1. Faça um algoritmo que dado uma lista ordenada e um elemento indica onde inserir esse elemento na lista para mantê-la ordenada. . .
   - Se o elemento já estiver na lista, você deve inseri-lo de forma a ser o primeiro do bloco repetido.
2. Use o algoritmo anterior para implementar uma busca em uma lista ordenada
3. Repita o primeiro exercício mas de forma que o elemento é o último do bloco repetido.

Exercícios

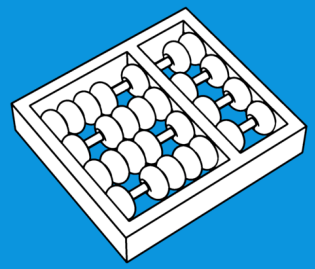
1. Faça um algoritmo que dado uma lista ordenada e um elemento indica onde inserir esse elemento na lista para mantê-la ordenada. . .
   - Se o elemento já estiver na lista, você deve inseri-lo de forma a ser o primeiro do bloco repetido.
2. Use o algoritmo anterior para implementar uma busca em uma lista ordenada
3. Repita o primeiro exercício mas de forma que o elemento é o último do bloco repetido.
4. Faça um algoritmo que dado uma lista ordenada e um elemento, encontra o intervalo que contém todos os elementos iguais a ele na lista.

Busca

MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

06/25

22

Santiago Valdés Ravelo
https://ic.unicamp.br/~santiago/
ravelo@unicamp.br

UNICAMP