Cálculo de Valor em Risco Utilizando RiskMetrics e GARCH(1,1)

M. M. V. Filho   *H. Pedrini*   *L. Hotta*

Relatório Técnico - IC-PFG-21-54
Projeto Final de Graduação
2021 - Dezembro

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO

Cálculo de Valor em Risco Utilizando RiskMetrics e GARCH(1,1)

Marcelo Martins Vilela Filho* Hélio Pedrini* Luiz Koodi Hotta†

Resumo

O trabalho em questão realiza uma introdução teórica de séries temporais financeiras, assim como de processos estocásticos, suas aplicações no cálculo do valor em risco de séries temporais financeiras e de algumas metodologias para a estimação de volatilidade. Finalmente, apresentamos uma comparação do cálculo do valor em risco, utilizando dois modelos diferentes para estimação da volatilidade, sendo esta uma informação de entrada para o cálculo do valor em risco. Os dois modelos comparados são o GARCH(1,1) e o modelo exponencial de médias móveis proposto pela metodologia RiskMetrics, EWMA. Para o ativo selecionado (ação brasileira da empresa Petrobras S/A, PETR4) conseguimos observar uma ligeira vantagem do GARCH(1,1), uma vez que mostrou experimentalmente uma menor superestimação do valor em risco e, portanto, das volatilidades.

1 Introdução

Esta seção descreve o principal conteúdo teórico utilizado no trabalho, com o objetivo de elucidar a metodologia utilizada com base em uma revisão bibliográfica extensa e condizente com o objetivo do trabalho. O conteúdo tem forte teor estatístico voltado ao estudo de séries temporais financeiras.

1.1 Fatos Estilizados em Séries Financeiras

Séries temporais são sequências de observações de dados e, no contexto financeiro, séries temporais financeiras consistem na sequência de observações financeiras como, por exemplo, observações sobre preços de ativos ou sobre ordens de compra e venda.

Fatos estilizados são propriedades estatísticas que podem ser inferidas a partir de uma série temporal. Tais características podem ser utilizadas para inferir eventos, para selecionar modelos e realizar estudos sobre as séries. Alguns fatos estilizados utilizados em series temporais financeiras [6] são:

- Autocorrelações;

*Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas, 13083-852 Campinas, SP

†Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, 13083-856, Campinas, SP

- Caudas pesadas;
- Assimetria de Ganho ou perda;
- Intermitência;
- Clusterização de volatilidade;
- Heteroscedasticidade;
- Ergodicidade.

Modelagens de mercado [4], mostram evidências de que os fatos estilizados das séries temporais financeiras provêm dos especuladores de mercado, uma vez que, sem eles os preços seguem um passeio aleatório. Dessa forma, faz-se necessária a análise de fatos estilizados para o entendimento dos instrumentos financeiros modelados, preparação dos dados e escolha dos modelos adequados.

Dois fatos estilizados bastante importantes para estimação de volatilidade e, implicitamente utilizados neste trabalho, são a heteroscedasticidade e as autocorrelações. Esses dois conceitos são descritos a seguir.

A heteroscedasticidade é a alta dispersão de valores em torno de uma reta e apresenta variâncias diferentes para os diversos dados disponíveis (em outras palavras, a variância do erro), condicionados aos valores das variáveis explanatórias são diferentes para cada observação, ou matematicamente:

$$VaR(e_i|X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, ...) = \sigma_i^2 \tag{1}$$

em que X são os valores de uma variável condicional numerada, com i sendo o subíndice da variável condicional. No caso das séries temporais, tratamos como variáveis condicionais, os valores passados de maneira auto-regressiva.

Já as autocorrelações são as correlações entre duas observações em diferentes pontos do passado em uma série temporal. As autocorrelações também podem ser chamadas de "*lags*". Podemos escrever, em termos dos valores de uma série, os valores de autocorrelação para uma série temporal:

$$r_k = \frac{\sum\limits_{t=k+1}^{T} (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum\limits_{t=1}^{T} (y_t - \bar{y})^2}, \tag{2}$$

em que k representa uma distância de k observações entre cada entrada da série que é aplicado, e y são as observações da série. No caso das séries temporais financeiras, podemos tratar como os retornos. Tal expressão é a chamada função de autocorrelação.

Em particular, o fato estilizado da heteroscedasticidade em oposição à homoscedasticidade são informações importantes, pois são características fundamentais para aplicação de modelos ARCH/GARCH que tratam a heteroscedasticidade como variância a ser modelada, no entanto, no contexto auto-regressivo [7].

1.2 Volatilidade

O estudo da volatilidade é uma atividade de grande importância em séries financeiras e tem tomado a atenção de acadêmicos e de estudiosos na última década. O estudo extensivo do assunto mostra a importância da volatilidade nos investimentos e tomadas de decisões financeiras no geral.

Volatilidade é um conceito amplo, que pode ser traduzido a partir de diversas medidas, uma delas é o desvio padrão amostral, que pode ser estimado com da raiz quadrada da variância [11]:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{t=1}^{N}(R_t - \bar{R})^2 \tag{3}$$

em que R_t e $\bar{R}_t$ são os log-retornos e os log-retornos médios, respectivamente.

Os log-retornos podem ser definidos da seguinte forma:

$$R_i = ln\frac{S_i}{S_{i-1}} \tag{4}$$

em que S_i e S_{i-1} são preços no período i e período $i-1$ definidos de acordo com o contexto estudado.

Cabe ressaltar que, apesar da expressão não ser enviesada quando tratamos de $\hat{\sigma}^2$, sua raiz é enviesada pela desigualdade de Jansen [9]. Além disso, o desvio padrão σ^2 é a correta medida de dispersão para distribuições normais e algumas outras distribuições, mas não todas [11]. Realizar estimativas de volatilidade de preços de ativos de maneira acurada no período de aquisição é um importante indicativo de risco de investimentos [11]. Além disso, quando os investidores precisam tomar decisões acerca de investimentos que possuem os mesmos retornos futuros esperados, costuma-se escolher aqueles que possuem a menor volatilidade futura [17].

Investimentos mais voláteis podem prover boas oportunidades, uma vez que podem gerar ganhos maiores, entretanto, sob riscos maiores. Dessa forma, possibilita a tomada de decisão de acordo com a tolerância ao risco do investidor.

Com o intuito de realizar estimativas futuras de volatilidade, uma abordagem que será explorada neste trabalho é baseada no uso de dados históricos com posterior ajuste de modelos como, por exemplo, os do tipo GARCH. Também é possível realizar estimativas baseadas em opções, utilizando volatilidade implícita [17].

Conforme recomendações [5], do ponto de vista técnico para aplicação de modelos, uma boa prática é a utilização de uma quantidade de dados pelo menos do mesmo tamanho do horizonte ao qual se deseja realizar uma estimativa e a respeito da frequência dos dados. Sabe-se que a frequência dos dados não melhora a acurácia de previsões de média, no entanto, é possível realizar melhorias em estimativas de volatilidade utilizando frequências maiores de amostragem [10].

1.3 A Métrica Valor em Risco

Durante a década de 1990, o valor em risco foi amplamente adotado como medida de risco de mercado de portfólios de investimento. Além do valor em risco, sobretudo, medida de risco em portfólios são datados de 1888 por Francis Edgeworth, que advogava pelo uso de dados passados como forma de estimar probabilidades futuras.

Em 1952, Harry Markowitz, ganhador do prêmio Nobel em economia de 1990, foi pioneiro na teoria do portfólio e, de maneira independente, Dickson Leavens publicou um trabalho, do que se pode chamar da primeira menção ao conceito do valor em risco. O artigo mencionava a ideia principal do conceito, "a diferença entre os lucros e perdas prováveis" [1].

De maneira resumida, o valor em risco (ou *Value-at-Risk*, em inglês) é uma medida estatística, de possíveis perdas em portfólios. Em outras palavras, ela é a medida de perdas devido a movimentos "normais" de mercado [13]

Do ponto de vista matemático, alguns autores, no geral, costumam classificar os diferentes métodos para exprimir o conceito do valor em risco matematicamente [13]:

- Métodos Paramétricos;
- Métodos Não-Paramétricos;
- Semi Paramétricos;
- Método de Monte Carlo.

Métodos paramétricos consistem em calcular, de antemão, médias, desvios padrão e valores esperados de um portfólio. Tais métodos buscam consideram um período passado e utilizam teoria da probabilidade para computar a perda máxima de um portfólio. Como exemplo, temos os processo GARCH e a metodologia RiskMetrics [2].

Métodos não paramétricos não requerem que a população seja analisada e que sejam assumidas algumas características dela. Pode-se citar a simulação com dados históricos como um método não-paramétrico [2].

Os métodos semi-paramétricos consistem em estratégias mistas dos métodos paramétricos e não paramétricos, utilizando teoria da probabilidade e simulação como partes da metodologia.

O método de Monte Carlo consiste na utilização de simulação para avaliar o valor de mercado de um portfólio e computar o valor em risco em diversos cenários diferentes.

Um implementação possível de uma medida do valor em risco é descrita por Holton [12] como:

$$VaR_\alpha(X) = inf\{x \,|\, F_X(x) \geq \alpha\} = F_X^{-1}(\alpha) \tag{5}$$

em que F_x é uma função de distribuição cumulativa de X, α é a confiança ou o nível de tolerância $0 \leq \alpha \leq 1$, X pode ser a série de um instrumento financeiro no caso univariado ou, no caso multivariado, um portfólio de ativos.

Neste trabalho, a proposta é o estudo comparativo de dois métodos paramétricos, o processo estocástico GARCH e a metodologia RiskMetrics.

1.4 Processos ARCH/GARCH Aplicados a Séries Financeiras

Em econometria aplicada, no geral, visando responder a perguntas a respeito de volatilidade, ferramentas muito utilizadas são os modelos baseados em processos ARCH/GARCH. Tais modelos representam a heteroscedasticidade das séries temporais, e dessa forma, tornam-se ferramenta natural na modelagem de volatilidade. Os modelos auto-regressivos com heterodasticidade (ARCH), propostos por Engle [8], e sua extensão generalizada (GARCH) proposta por Bollerslev [3] possuem a característica comum de terem uma dependência não-linear dos retornos, que é função da variância condicional passada da série. A seguir, daremos um breve contexto dos modelos ARCH e GARCH.

1.4.1 Modelos ARCH(q)

Os processos ARCH (*autoregressive conditional heteroskedastic*), propostos por Engle [8], basicamente são ruídos brancos univariados condicionalmente heterodásticos e consideram que, dado um instante de tempo, a volatilidade depende dos valores passados da série. O uso de estimadores de máxima verossimilhança para selecionar os parâmetros dos modelo faz necessária a maximização de funções não-lineares. Assim, Engle [8] indica o uso do método de Newton, como método numérico para estimação dos parâmetros da máxima verossimilhança.

No modelo ARCH proposto por [8], podemos resumir as seguintes expressões:

$$y_t = z_t \tag{6}$$

$$z_t|\Omega_{t-1} \sim P(0, h_t) \tag{7}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j z_{t-j}^2 \tag{8}$$

em que z_t é uma série de retornos, P é uma distribuição paramétrica e Ω_{t-1} é um conjunto de informações até $t-1$. As equações exprimem a característica dos retornos na regressão linear em seguirem um processo ARCH(q).

Uma condição para aplicação do modelo é de que o processo tenha covariância estacionária e, para isso, deve-se ter que:

$$\sum_{j=1}^{q} \alpha_j < 1 \tag{9}$$

A partir dessas expressões, pode-se utilizar a expressão descrita por Morettin [14], assumindo que ϵ_t tem uma distribuição padronizada. Assim, a função de verossimilhança de z_t, $t = q+1, ..., T$ condicionada às q primeiras observações pode ser dada por:

$$L(Z|\alpha) = \prod_{j=q+1}^{T} \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(\frac{v}{2}) \cdot \sqrt{(v-2)\pi}} \left(\frac{1}{h_t}\right) \left(1 + \frac{z_t^2}{h_t(v-2)}\right)^{\frac{-(v+1)}{2}} \tag{10}$$

sendo $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_q)'$ para algum v. Dessa forma, a função de verossimilhança pode ser maximizada através dos parâmetros do modelo.

1.4.2 Modelos GARCH(q,r)

A partir do modelo ARCH [3], uma generalização do modelo, denominada GARCH, com média nula e expressa como uma combinação linear de variáveis exógenas, pode ser expressa como:

$$y_t = z_t \tag{11}$$

$$z_t|\Omega_{t-1} \sim P(0, h_t) \tag{12}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j z_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^{r} \lambda_i h_{t-j} \tag{13}$$

De maneira similar ao modelo *ARCH(p)*, z_t é uma série de retornos, P é uma distribuição paramétrica e Ω_{t-1} é um conjunto de informações até $t-1$. No caso em que $r = 0$, reduzimos o modelo ao ARCH(q).

Assim, seja z_t um processo estocástico que satisfaz $z_t = h_t^{\frac{1}{2}} \cdot \epsilon_t$, em que $\{\epsilon, t \geq 0\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes com distribuição cuja média é zero e variância é um.

Pode-se interpretar tal modelo, de maneira que representa um processo em que os distúrbios na regressão linear seguem um processo GARCH(q,r).

Uma condição para aplicação do modelo é de que o processo tenha covariância estacionária e, para isso, deve-se ter que:

$$\sum_{j=1}^{q} \alpha_j - \sum_{i=1}^{r} \lambda_i < 1 \tag{14}$$

Assim como o modelo ARCH, a estimação dos parâmetros pode ser realizada por máxima verossimilhança por meio da Equação (5).

1.5 Metodologia RiskMetrics

O documento técnico originalmente disponibilizado pelo Banco J.P. Morgan descreve uma metodologia denominada *RiskMetrics*, com o intuito de medir o risco de portfólios, compostos por ações, moeda estrangeira, títulos de renda fixa, *commodities* ou derivativos.

A metodologia RiskMetrics provê um conjunto de ferramentas para medidas estatísticas de risco de mercado. A estratégia foi desenvolvida para permitir que outras instituições financeiras, além do Banco J.P. Morgan, pudessem avaliar o risco de mercado de maneira sistemática e consistente [15].

O produto ainda disponibiliza um conjunto de dados com valor em risco para diversos instrumentos financeiros americanos, No entanto, o trabalho em questão não utiliza nenhum dos dados disponibilizados no produto original, somente a metodologia.

De acordo como o trabalho [16], é bem estabelecido que retornos diários são descorrelacionados, enquanto os retornos quadráticos são fortemente auto-correlacionados. Como consequência períodos de alta volatilidade persistente são seguidos de alta volatilidade persistente, fenômeno conhecido como clusterização de volatilidade. Essas características são incorporadas no método, sobretudo no modelo empregado pela metodologia que utiliza um modelo de médias móveis exponenciais ponderadas (da sigla, em inglês, *EWMA*) [15] que tenta representar a memória finita do mercado, de maneira que informações mais recentes tenham um impacto maior na volatilidade, do que informações mais antigas. O modelo é expresso como:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \frac{\sum_{\tau=1}^{\infty} \lambda^\tau r_{t-\tau}^2}{\sum_{\tau=1}^{\infty} \lambda^\tau} = (1-\lambda) \sum_{\tau=1}^{\infty} \lambda^\tau r_{t-\tau}^2 \tag{15}$$

em que λ é um parâmetro do modelo onde ($0 < \lambda < 1$). A notação $\sigma_{t+1|t}$ descreve que a volatilidade estimada em um dado dia t é utilizada como preditor para a volatilidade do próximo dia ($t+1$).

No entanto, a metodologia estabelece que não devem haver dados faltantes nas séries temporais em que o estimador é aplicado. Dessa forma, são descritos passos específicos para se preencher dados faltantes [15], conforme os passos a seguir:

- Assumir que o dados em qualquer período são normalmente distribuídos com média μ e variância σ;
- Estimar a média e a variância do conjunto de dados a partir dos dados observados;
- Preencher os dados com as expectativas condicionais, por exemplo, utilizando valores esperados, dadas as estimativas de μ, σ e os valores observados.

O *framework* ainda estende a metodologia para diversos tipos de instrumentos financeiros, trazendo grande flexibilidade. No entanto, neste trabalho, utilizaremos a metodologia somente em ações.

2 Materiais e Métodos

Neste trabalho, avaliaremos a utilização do modelo GARCH(1,1) em comparação à metodologia proposta pelo *framework RiskMetrics*, proposto originalmente pelo Banco J.P. Morgan para estimação de volatilidades futuras e, consequentemente, no cálculo do valor em risco de ativos brasileiros.

O trabalho se restringe à aplicação dos métodos de maneira univariada, em ações. A ação escolhida foi da empresa Petróleo Brasileiro S/A, listada na bolsa brasileira B3. O período utilizado para análise é de janeiro do 2000 até outubro 2021, e os dados correspondem à cotação de fechamento diário.

Além disso, durante todo o trabalho foi utilizada a linguagem R para realizar todas as análises do ativo mencionado e as principais bibliotecas utilizadas foram *RMetrics* e *rugarch*.

As análises basicamente seguiram a seguinte metodologia:

1. Realizar uma análise exploratória a fim de obter a distribuição dos retornos do ativo, checagem das caudas, identificação dos principais eventos do período, além da exposição dos principais fatos estilizados da série, como as autocorrelações, heteroscedasticidade e curtose;

2. Ajuste do modelo GARCH(1,1) e aplicação da metodologia *RiskMetrics* na série de retornos;

3. Avaliação do ajuste do modelo sobre a série mencionada, realizando uma análise de resíduos com checagem de independência e estacionariedade dos resíduos;

4. Cálculo do valor em risco para as duas metodologias mencionadas;

5. Realização de *backtest* para avaliação do desempenho do modelo.

A Figura 1 sumariza os principais passos da análise.

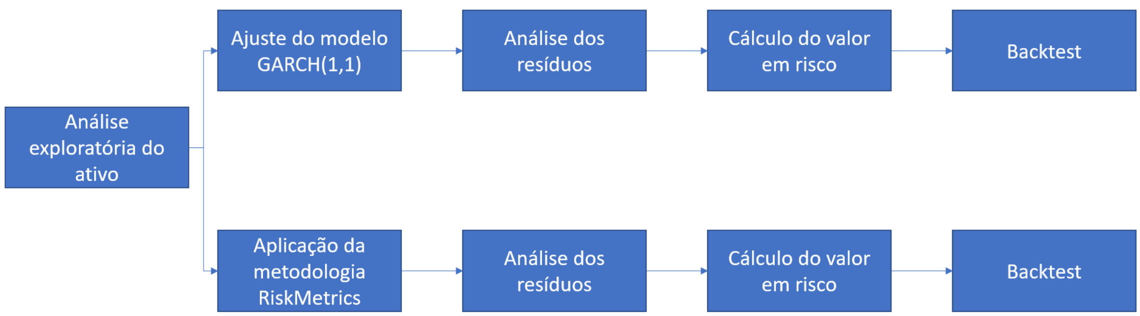

Figura 1: Fluxograma das análises.

A análise exploratória consiste no reconhecimento dos fatos estilizados da série de retornos do ativo selecionado, visando reconhecer a distribuição, além da visualização dos eventos históricos relevantes.

Os ajustes de ambas as metodologias são realizados conforme descreve a introdução e, no caso do *RiskMetrics*, segue o manual da metodologia descrito por Morgan et al. [15]. A avaliação do ajuste do modelo sobre a série mencionada é feita realizando uma análise de resíduos com checagem de independência, ajuste de uma distribuição e estacionariedade dos resíduos.

O cálculo do valor em risco para as duas metodologias mencionadas é realizado utilizando a volatilidade estimada dos métodos e aplicando a expressão descrita na seção "A Métrica Valor em Risco", presente na introdução.

O *backtest* é feito avaliando as metodologias a fim de reconhecer, no período passado, momentos em que a estimativa do valor em risco superestimou ou subestimou as perdas possíveis. Tal análise foi feita de maneira gráfica e o *backtest* segue a seguinte metodologia, utilizando os dados históricos:

1. Ajuste do modelo GARCH(1,1) e do *RiskMetrics* nos dados no período de 1000 dias;

2. Realizar a estimativa de valor em risco para o próximo 1 dia;

3. Comparar a estimativa com o valor real no dado histórico.

A partir da metodologia de *backtest* descrita, um gráfico é gerado com a comparação dia por dia, realçando aqueles dias em que o valor em risco foi subestimado. Além disso, uma tabela é apresentada com a frequência de dias com valor em risco subestimado.

3 Resultados

Os resultados das análises realizadas conforme descrito na seção "Materiais e Métodos" são apresentados nesta seção.

3.1 Análise Exploratória

Em uma primeira abordagem, analisamos a série de preços do ativo PETR4 presente na bolsa brasileira, assim como sua série de log-retornos. Tal análise se faz importante para que possamos compreender os eventos da série assim como realizar um estudo de seus fatos estilizados.

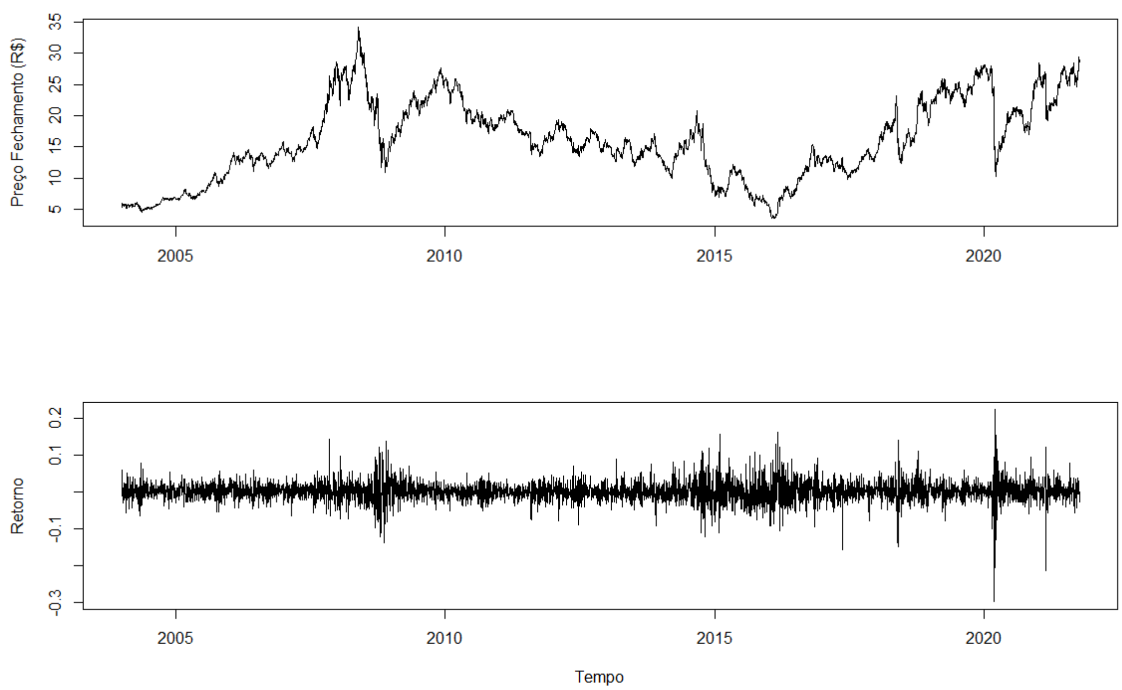

Figura 2: Preços ajustados e retornos da Petrobras S/A (PETR4).

A partir dos gráficos apresentados, pode-se observar alguns períodos de estresse de mercado, como em 2008 e 2020, onde temos retornos bastante negativos. Além disso,

Tabela 1: Estatísticas Descritivas da série de retornos de Petrobras S/A (PETR4).

Média	**Variância**	**Desvio Padrão**	**Curtose**	**Assimetria**
0.00078	0.00079	0.02810	11.38647	-0.26062

tivemos o maior retorno diário do período como sendo 0.22 em 13 março de 2020 e o menor como -0.3 em 09 de março de 2020. Tal período se caracteriza pelo momento econômico trazido pela crise do coronavírus.

Além disso, a partir da Tabela 1, podemos observar que temos um excesso de curtose, que é 11.38, maior do que o valor normal de 3. Isso pode explicar as caudas mais pesadas nos retornos. Assim, possivelmente os dados podem seguir uma distribuição diferente (Figura 3). A titulo de exploração dos dados, temos o histograma dos retornos com a sobreposição de algumas distribuições conhecidas.

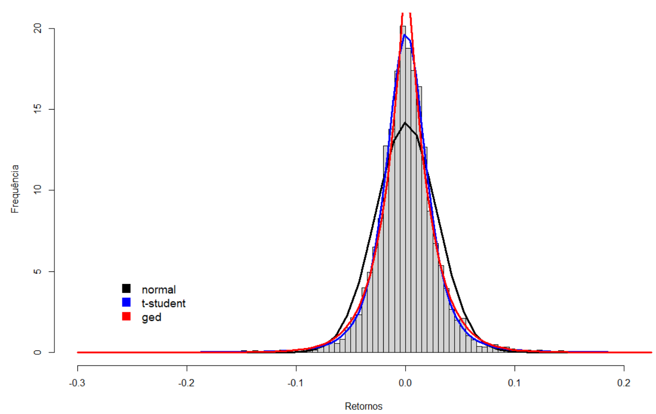

Figura 3: Histograma de Log-Retornos de Petrobras S/A (PETR4).

A partir disso, podemos perceber um indicativo de que a distribuição dos retornos se assemelha a uma distribuição *t-student*. Assim, para confirmação visual, podemos construir um Q-Q plot utilizando tal distribuição para validação dos resultados.

Conforme podemos observar, os dados dos retornos se encaixam apropriadamente na distribuição *t-student*. Assim, podemos, por exemplo, utilizar tal observação para modelar utilizando o GARCH(1,1) proposto, em que a componente estocástica pode ser uma *t-student*. Além disso, pela mesma visualização, podemos observar que a distribuição de retornos segue uma *t-student* até mesmo nas caudas.

Antes de prosseguir, testaremos a estacionariedade por meio do teste *Augmented Dickey-Fuller*, conforme mostrado na Tabela 2. Em um nível de significância de 5%, teste ADF indica estacionariedade. Dessa forma, podemos prosseguir com a utilização dos modelos.

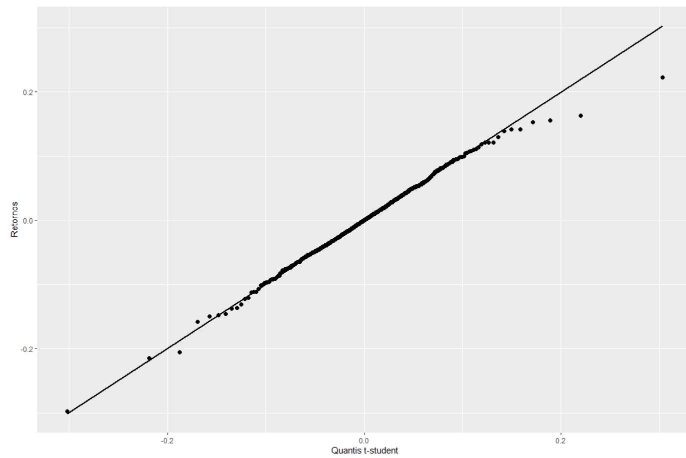

Figura 4: QQPlot Log-Retornos de Petrobras S/A (PETR4) e distribuição *t-student*.

Tabela 2: Teste *Augmented Dickey-Fuller* para série de retorno de Petrobras S/A (PETR4).

Tipo	**lags**	**ADF**	**p-valor**
Sem *drift* e sem *tendência*	0	-67.8	< 0.01
Com *drift* e sem *tendência*	0	-67.9	< 0.01
Com *drift* e com *tendência*	0	-67.8	< 0.01

3.2 Ajuste GARCH(1,1)

A partir da breve análise descritiva, podemos em primeiro lugar, ajustar um modelo GARCH(1,1) assumindo que a componente estocástica segue um distribuição *t-student*. Utilizando o biblioteca `rugarch` da linguagem R, temos as volatilidades condicionais na Figura 5 e os resíduos na Figura 6.

Para a verificação do modelo, realizaremos um teste de independência dos resíduos. Tal checagem tem o intuito de verificar se as relações de erro aleatório persistem nas estimativas. Para isso, realizamos o teste *Ljung-Box* e concluímos que os resíduos e os resíduos quadráticos são independentes.

3.3 Ajuste ***RiskMetrics***

Para a metodologia RiskMetrics, utilizamos o pacote da *quarks* da linguagem R. Assim como no ajuste do GARCH(1,1), analisamos tanto as volatilidades condicionais quanto os resíduos do modelo. No caso do modelo exponencial proposto na metodologia *RiskMetrics*, ela não incorpora componentes estocásticas e, para o parâmetro λ, foi utilizado o valor 0.94, que é a recomendação da metodologia. As Figuras 7 e 8 ilustram as volatilidades condicionadas e os resíduos do modelo EWMA (RiskMetrics).

Da mesma forma que o modelo GARCH, realizamos um teste de independência dos

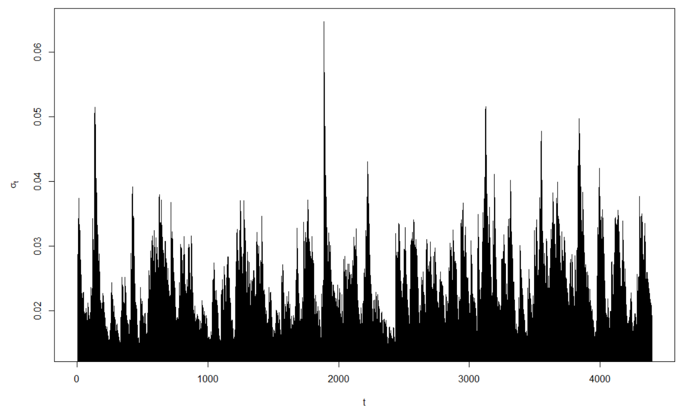

Figura 5: Volatilidades condicionais estimadas pelo modelo GARCH(1,1).

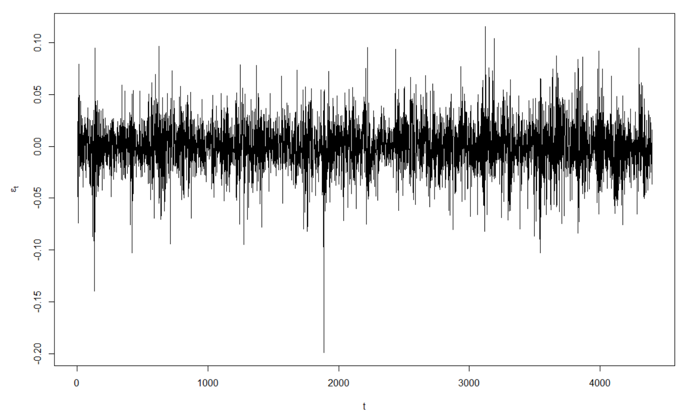

Figura 6: Residuos do modelo GARCH(1,1).

resíduos, para também identificar se as relações de erro aleatório persistem nas estimativas. Dessa forma, realizamos o teste *Ljung-Box* e os resíduos quadráticos também são independentes.

Com ambos os modelos ajustados, podemos realizar um *backtest* para checar o desempenho de ambos os modelos e avaliar a eficácia por meio do cálculo do Valor em Risco.

3.4 Backtest

A partir de todas as análises anteriores, realizamos um *backtest* utilizando uma janela móvel de 1000 observações (do total de 4392). O experimento funciona de maneira que é realizado o ajuste dos modelos na janela, a estimativa de volatilidade é feita para o próximo dia e então move-se a janela um dia a frente, e repete-se o processo (numa estrutura de janela

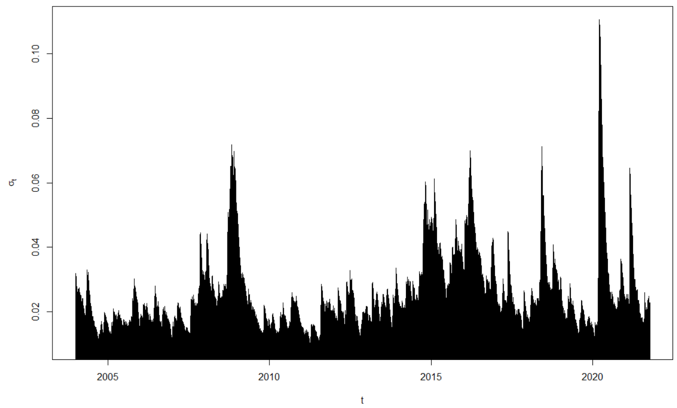

Figura 7: Volatilidades condicionais estimadas pelo modelo EWMA(RiskMetrics).

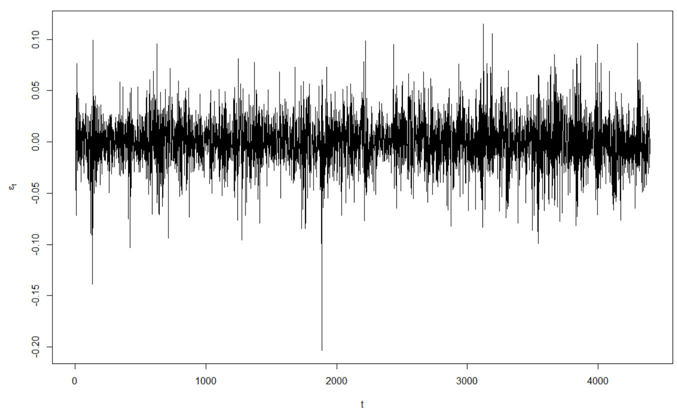

Figura 8: Resíduos do modelo EWMA(RiskMetrics).

móvel). Os resultados do experimento se encontram nas Figuras 9 e 10. O cálculo do valor em risco foi realizado com 99% de confiança.

Conforme podemos observar, ambos os modelos conseguiram estimar de maneira satisfatória o valor em risco para o ativo da empresa Petrobras S/A (PETR4). Podemos observar uma característica de superestimação do risco maior no modelo proposto pelo RiskMetrics, em comparação ao modelo GARCH.

4 Conclusões

A partir do experimentos realizados neste trabalho, podemos observar que o modelo GARCH, no ativo em questão, realiza estimativas melhores acerca do valor em risco em relação ao modelo exponencial, proposto pela metodologia RiskMetrics. Os motivos para a pequena

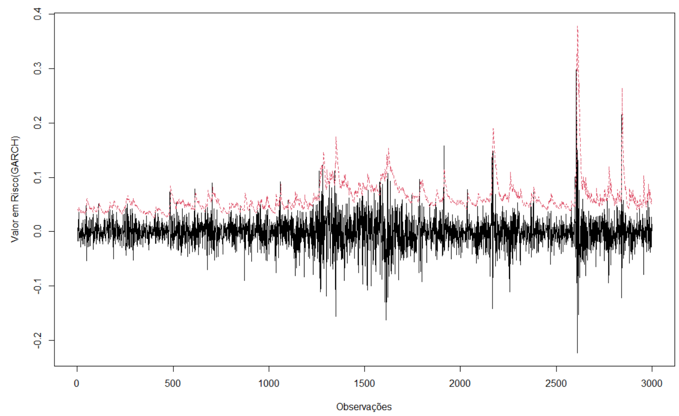

Figura 9: Valor em risco utilizando o modelo GARCH(1,1).

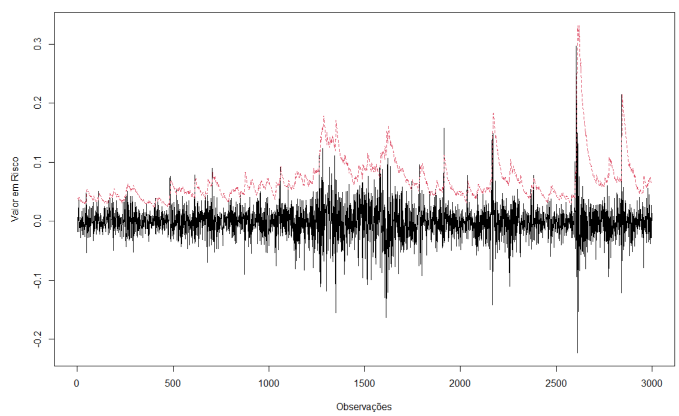

Figura 10: Valor em risco utilizando o modelo EWMA(RiskMetrics).

diferença de desempenho pode-se basear na maneira como o modelo EWMA funciona.

Basicamente, utilizamos as informações das volatilidades mais recentes, influenciando as volatilidades futuras, com decaimento de importância, em velocidade exponencial. O artigo original [15] realizou experimentos utilizando ativos americanos, em particular, ativos de renda fixa. Dessa forma, é possível que a aproximação desse comportamento não seja compatível com o ativo estudado. Além disso, foi utilizado o parâmetro lambda como 0.94, que é o sugerido pela metodologia. Métodos de otimização poderiam potencialmente ser aplicados para a avaliação de um parâmetro que se ajuste à melhor realidade do ativo estudado.

No mais, os modelos GARCH(1,1) e EWMA(*RiskMetrics*) possuem um bom poder estimador de volatilidades e ambos podem ser utilizados como bons estimadores para o cálculo do valor em risco.

5 Agradecimentos

Para a realização deste trabalho, agradecemos ao Banco BTG Pactual por ceder os dados do ativo selecionado para análise e aos meus orientadores pelo suporte durante o semestre.

Referências

[1] P. Adamko, E. Spuchľáková, and K. Valášková. The History and Ideas Behind VaR. *Procedia Economics and Finance*, 24:18–24, 2015.

[2] W. Aussenegg and T. Miazhynskaia. Uncertainty in Value-at-risk Estimates under Parametric and Non-parametric Modeling. *Financial Markets and Portfolio Management*, 20:243–264, Sept. 2006.

[3] T. Bollerslev. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327, 1986.

[4] D. Challet, M. Marsili, and Y.-C. Zhang. Stylized Facts of Financial Markets and Market Crashes in Minority Games. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 294:514–524, Jan. 2001.

[5] C. Cheng and R. McNamara. The Valuation Accuracy of the Price-Earnings and Price-Book Benchmark Valuation Methods. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 15:349–370, Dec. 2000.

[6] R. Cont. Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues. *Quantitative Finance*, 1:223–236, Jan. 2001.

[7] R. Engle. GARCH 101: An Introduction to the Use of ARCH/GARCH models in Applied Econometrics. *Journal of Economic Perspectives*, pages 157–168, 10 2001.

[8] R. F. Engle. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50:987–1007, 1982.

[9] S. Figlewski, N. Y. U. S. Center, and S. B. C. for the Study of Financial Institutions. *Forecasting Volatility*. Financial Markets, Institutions & Instruments. Blackwell, 1997.

[10] W. Fung and D. Hsieh. Empirical Analysis of Implied Volatility: Stock, Bonds and Currencies. In *Fourth Annual Conference of the Financial Options Research Center*, University of Warwick, Coventry, England, July 1991.

[11] C. Granger and S.-H. Poon. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economic Literature*, 41:478–539, June 2003.

[12] G. Holton. *Value-at-Risk: Theory and Practice*. Academic Press Advanced Finance Series. Academic Press, 2003.

[13] T. Linsmeier and N. Pearson. Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk. *EconWPA, Finance*, page 9609004, Jan. 1996.

[14] P. A. Morettin. *Econometria Financeira: um Curso em Séries Temporais Financeiras.* Edgard Blücher, 2011.

[15] J. Morgan, J. Longerstaey, R. Limited, R. Ltd, M. Spencer, and M. G. T. C. of New York. *RiskMetrics: Technical Document.* J. P. Morgan, 1996.

[16] S. Pafka and I. Kondor. Evaluating the RiskMetrics Methodology in Measuring Volatility and Value-at-Risk in Financial Markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 299(1):305–310, 2001. Application of Physics in Economic Modelling.

[17] Y. Zhu. Comparison of Three Volatility Forecasting Models. Technical report, The Ohio State University, 2018.