

Combinatória Poliédrica Otimização e Separação

Rafael C. S. Schouery
rafael@ic.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas

Atualizado em: 2023-09-27 15:58

Otimização

Problema de Otimização (OPT)

Dado um poliedro P e $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$, encontre $\mathbf{x} \in P$ que maximize $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ ou certifique que P é vazio.

O algoritmo claramente depende da representação de P

- Representação interna vs. externa

Violação

Problema da Violação (**VIOL**)

Dado um poliedro P , $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$, e $\gamma \in \mathbb{R}$, decida se $\mathbf{c}^T \mathbf{x} \leq \gamma$ vale para todo $\mathbf{x} \in P$; se não, encontre um vetor $\mathbf{y} \in P$ tal que $\mathbf{c}^T \mathbf{y} > \gamma$.

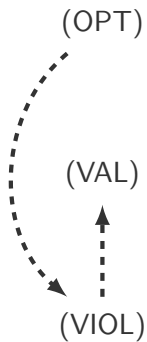
Problema da Validade (**VAL**)

Dado um poliedro P , $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$, e $\gamma \in \mathbb{R}$, decida se $\mathbf{c}^T \mathbf{x} \leq \gamma$ vale para todo $\mathbf{x} \in P$.

Se sabemos resolver (**VIOL**) em tempo polinomial, sabemos resolver (**VAL**) em tempo polinomial

E se sabemos resolver (**OPT**) em tempo polinomial, sabemos resolver (**VIOL**) em tempo polinomial

Reduções



Separação

Problema da Separação (SEP)

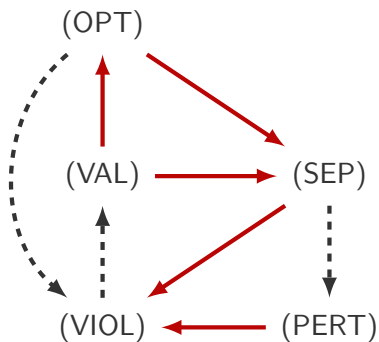
Dado um poliedro P e $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$, decida se $\mathbf{y} \in P$; se $\mathbf{y} \notin P$ encontre um hiperplano que separa \mathbf{y} de P ; mais precisamente, encontre $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ tal que $\mathbf{c}^T \mathbf{y} > \mathbf{c}^T \mathbf{x}$ para todo $\mathbf{x} \in P$.

Problema da Pertinência (PERT)

Dado um poliedro P e $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$, decida se $\mathbf{y} \in P$.

Se sabemos resolver **(SEP)** em tempo polinomial, sabemos resolver **(PERT)** em tempo polinomial.

Reduções



Grötschel, Lovász, Schrijver mostraram outras reduções

(OPT) e (SEP)

Se eu consigo otimizar em tempo polinomial

- Eu consigo separar em tempo polinomial

Se eu consigo separar em tempo polinomial

- Eu consigo otimizar em tempo polinomial

Ou seja, se otimizar é NP-difícil, então separar é NP-difícil

Por outro lado, eu posso ter um problema de otimização que a formulação é exponencial no tamanho da entrada

- E resolvê-lo em tempo polinomial
- Desde que eu consiga encontrar uma restrição violada em tempo polinomial

Estes resultados envolvem o Método Elipsóide

- Uma forma de resolver PL em tempo polinomial