MC-202 Tabela de Espalhamento

Rafael C. S. Schouery rafael@ic.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas

2° semestre/2018

Introdução

Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca



Introdução

Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca



• no idioma, há cerca de milhares de palavras (≈ 435.000)

Introdução

Queremos contar o número de ocorrências de cada palavra da biblioteca



- no idioma, há cerca de milhares de palavras (≈ 435.000)
- mas no total, há milhões de ocorrências!

6 ocorrências dia: 13 ocorrências escola: gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências

jeito: 5 ocorrências 2 ocorrências lata:

dia: 6 ocorrências
escola: 13 ocorrências
gratuito: 1 ocorrência
ilha: 8 ocorrências
jeito: 5 ocorrências
lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

ocorrencias["ilha"] = 8

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

ocorrencias["ilha"] = 8

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

Primeiras opções:

• Vetor - acesso/escrita em O(n)

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

```
ocorrencias["ilha"] = 8
```

- Vetor acesso/escrita em O(n)
 - inserir uma nova palavra leva O(1)

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

```
ocorrencias["ilha"] = 8
```

- Vetor acesso/escrita em O(n)
 - inserir uma nova palavra leva O(1)
- ullet Vetor ordenado acesso/escrita em $O(\lg n)$

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

```
ocorrencias["ilha"] = 8
```

- Vetor acesso/escrita em O(n)
 - inserir uma nova palavra leva O(1)
- Vetor ordenado acesso/escrita em $O(\lg n)$
 - inserir uma nova palavra leva O(n)

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

```
ocorrencias["ilha"] = 8
```

- Vetor acesso/escrita em O(n)
 - inserir uma nova palavra leva O(1)
- Vetor ordenado acesso/escrita em $O(\lg n)$
 - inserir uma nova palavra leva O(n)
- ullet ABB balanceada acesso/escrita/inserção em $O(\lg n)$

dia: 6 ocorrências escola: 13 ocorrências gratuito: 1 ocorrência ilha: 8 ocorrências jeito: 5 ocorrências lata: 2 ocorrências

Queremos acessar uma palavra como se fosse um vetor:

```
ocorrencias["ilha"] = 8
```

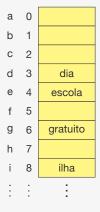
Primeiras opções:

- Vetor acesso/escrita em O(n)
 - inserir uma nova palavra leva O(1)
- Vetor ordenado acesso/escrita em $O(\lg n)$
 - inserir uma nova palavra leva O(n)
- ullet ABB balanceada acesso/escrita/inserção em $O(\lg n)$

Conseguimos fazer em O(1)?

Caso fácil

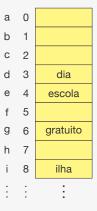
Se tivéssemos apenas uma palavra começando com cada letra era fácil



Caso fácil

Se tivéssemos apenas uma palavra começando com cada letra era fácil

bastaria ter um vetor de 24 posições





Ideia:



Ideia:

• uma lista ligada para cada letra



Ideia:

- uma lista ligada para cada letra
- guardamos os ponteiros para as listas em um vetor





Inserindo "bala":



Inserindo "bala":

descobrimos a posição pela primeira letra



Inserindo "bala":

- descobrimos a posição pela primeira letra
- atualizamos o vetor para apontar para o nó de "bala"



Inserindo "bala":

- descobrimos a posição pela primeira letra
- atualizamos o vetor para apontar para o nó de "bala"





Inserindo "bela":



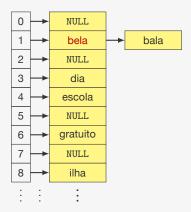
Inserindo "bela":

• descobrimos a posição pela primeira letra



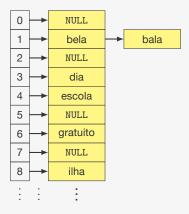
Inserindo "bela":

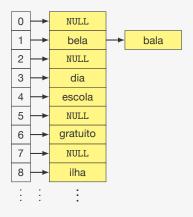
- descobrimos a posição pela primeira letra
- temos uma colisão com "bala"



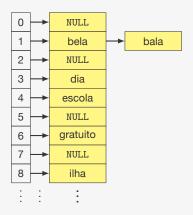
Inserindo "bela":

- descobrimos a posição pela primeira letra
- temos uma colisão com "bala"
- inserimos no começo da lista da letra b



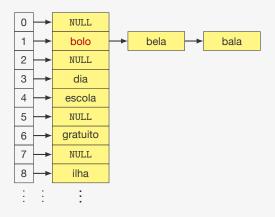


Após a inserção de várias palavras começando com b:



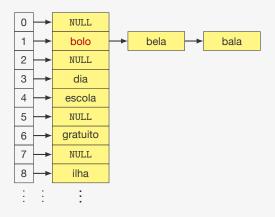
Após a inserção de várias palavras começando com b:

inserimos "bolo",



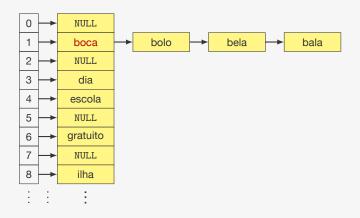
Após a inserção de várias palavras começando com b:

inserimos "bolo",



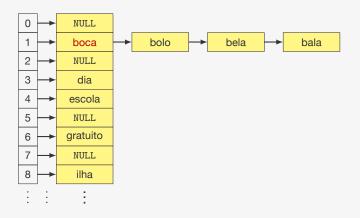
Após a inserção de várias palavras começando com b:

• inserimos "bolo", "boca",



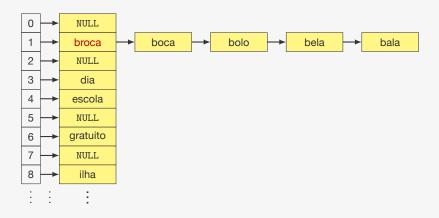
Após a inserção de várias palavras começando com b:

inserimos "bolo", "boca",



Após a inserção de várias palavras começando com b:

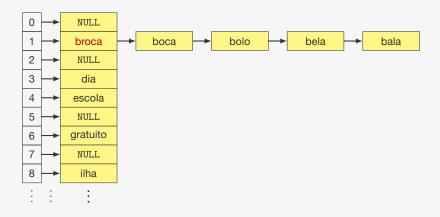
• inserimos "bolo", "boca", "broca"



Após a inserção de várias palavras começando com b:

• inserimos "bolo", "boca", "broca"

Palavras que começam com a mesma letra



Após a inserção de várias palavras começando com b:

- inserimos "bolo", "boca", "broca"
- a tabela ficou degenerada em lista



boca

bolo

bela

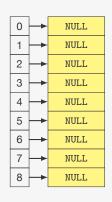
bala

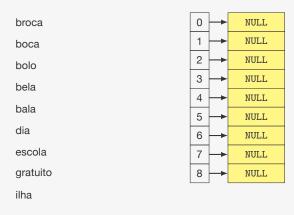
dia

escola

gratuito

ilha

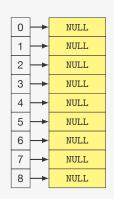




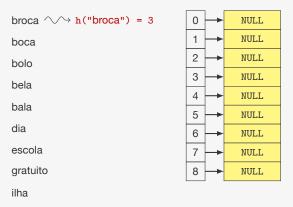
Corrigindo:

• vamos tentar espalhar melhor

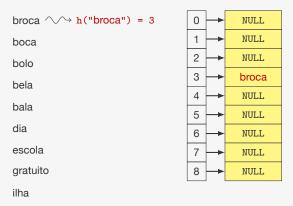




- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)

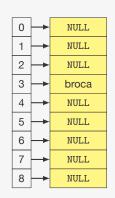


- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



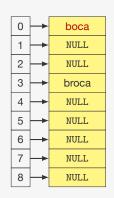
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
holo
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```



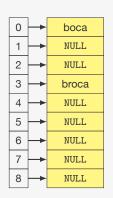
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
holo
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```



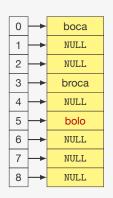
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
bolo \land \land \Rightarrow h("bolo") = 5
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```



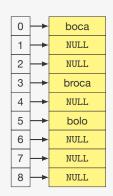
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
bolo \land \land \Rightarrow h("bolo") = 5
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```



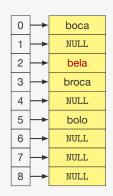
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \rightsquigarrow h("bela") = 2
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```



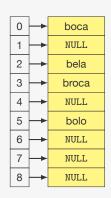
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```



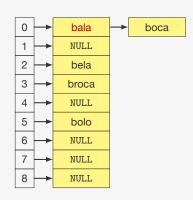
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \wedge \rightarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia
escola
aratuito
ilha
```



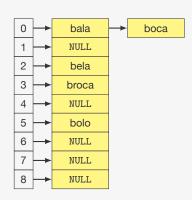
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)





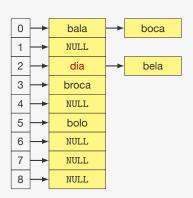
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



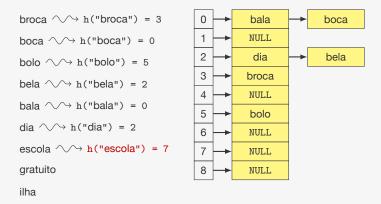


- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

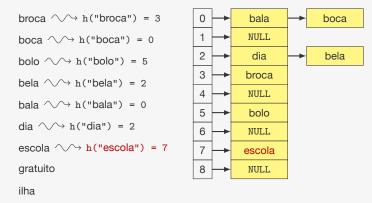




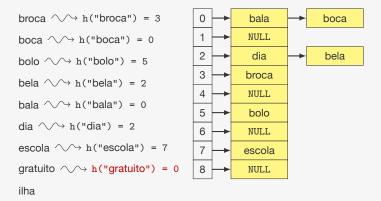
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



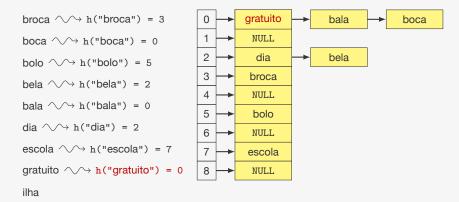
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



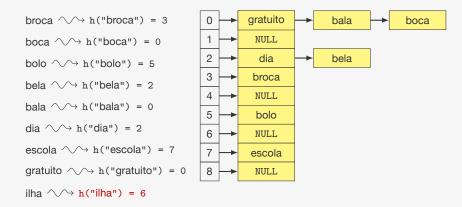
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



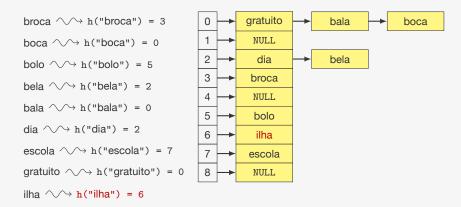
- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)



- vamos tentar espalhar melhor
- usamos um hash da chave (palavra)
- vamos associar a chave a um número inteiro (entre 0 e 8)

Uma função de hashing associa

Uma função de hashing associa

• um elemento de um conjunto (strings, números, etc.)

Uma função de hashing associa

- um elemento de um conjunto (strings, números, etc.)
- a um número inteiro de tamanho conhecido

Uma função de hashing associa

- um elemento de um conjunto (strings, números, etc.)
- a um número inteiro de tamanho conhecido

Uma tabela de espalhamento é um TAD para conjuntos dinâmicos com certas propriedades:

Uma função de hashing associa

- um elemento de um conjunto (strings, números, etc.)
- a um número inteiro de tamanho conhecido

Uma tabela de espalhamento é um TAD para conjuntos dinâmicos com certas propriedades:

 os dados são acessado por meio de um vetor de tamanho conhecido

Uma função de hashing associa

- um elemento de um conjunto (strings, números, etc.)
- a um número inteiro de tamanho conhecido

Uma tabela de espalhamento é um TAD para conjuntos dinâmicos com certas propriedades:

- os dados são acessado por meio de um vetor de tamanho conhecido
- a posição do vetor é calculada por uma função de hashing

Propriedades:

estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - chaves bem espalhadas: tempo "quase" O(1)

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - chaves bem espalhadas: tempo "quase" O(1)
 - se temos n itens

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - chaves bem espalhadas: tempo "quase" O(1)
 - se temos n itens
 - e uma tabela de tamanho M

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - chaves bem espalhadas: tempo "quase" O(1)
 - se temos n itens
 - e uma tabela de tamanho M
 - tempo de acesso é o tempo de calcular a função de hashing + O(n/M)

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - chaves bem espalhadas: tempo "quase" O(1)
 - se temos n itens
 - e uma tabela de tamanho M
 - tempo de acesso é o tempo de calcular a função de hashing + O(n/M)
 - chaves agrupadas: pior caso de tempo O(n)

Características das tabelas de espalhamento

Propriedades:

- estimativa do tamanho do conjunto de dados deve ser conhecida
- tempo das operações depende da função de hashing escolhida:
 - chaves bem espalhadas: tempo "quase" O(1)
 - se temos n itens
 - e uma tabela de tamanho M
 - tempo de acesso é o tempo de calcular a função de hashing + O(n/M)
 - chaves agrupadas: pior caso de tempo O(n)
 - Vira uma lista ligada com todos os elementos

Uma boa função de hashing espalha bem:

Uma boa função de hashing espalha bem:

• A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- ullet Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Métodos genéricos (que funcionam bem na prática):

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- ullet Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Métodos genéricos (que funcionam bem na prática):

Método da divisão

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Métodos genéricos (que funcionam bem na prática):

- 1. Método da divisão
- 2. Método da multiplicação

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- ullet Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Métodos genéricos (que funcionam bem na prática):

- 1. Método da divisão
- 2. Método da multiplicação

Hashing perfeito: Se conhecermos todos as chaves a priori, é possível encontrar uma função de hashing injetora

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- ullet Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Métodos genéricos (que funcionam bem na prática):

- 1. Método da divisão
- 2. Método da multiplicação

Hashing perfeito: Se conhecermos todos as chaves a priori, é possível encontrar uma função de hashing injetora

isto é, não temos colisões

Uma boa função de hashing espalha bem:

- A probabilidade de uma chave ter um hash específico é (aproximadamente) 1/M
- ullet Ou seja, esperamos que cada lista tenha n/M elementos

Métodos genéricos (que funcionam bem na prática):

- 1. Método da divisão
- 2. Método da multiplicação

Hashing perfeito: Se conhecermos todos as chaves a priori, é possível encontrar uma função de hashing injetora

- isto é, não temos colisões
- tais funções podem ser difíceis de encontrar

Pressupomos que as chaves são números inteiros

Pressupomos que as chaves são números inteiros

E se não forem?

Pressupomos que as chaves são números inteiros

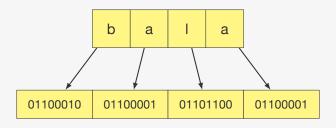
E se não forem?

Reinterpretamos a chave como uma sequência de bits

Pressupomos que as chaves são números inteiros

E se não forem?

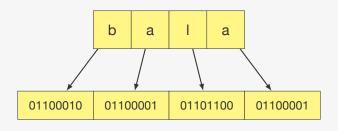
Reinterpretamos a chave como uma sequência de bits



Pressupomos que as chaves são números inteiros

E se não forem?

Reinterpretamos a chave como uma sequência de bits

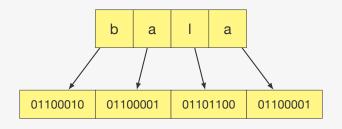


Assim, "bala" se torna o número 1.650.551.905

Pressupomos que as chaves são números inteiros

E se não forem?

Reinterpretamos a chave como uma sequência de bits



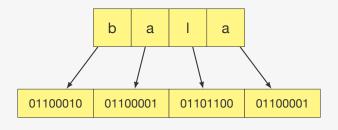
Assim, "bala" se torna o número 1.650.551.905

• Esse número pode explodir rapidamente

Pressupomos que as chaves são números inteiros

E se não forem?

Reinterpretamos a chave como uma sequência de bits



Assim, "bala" se torna o número 1.650.551.905

- Esse número pode explodir rapidamente
- Veremos como contornar isso para strings...

obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

$$h(x) = x \bmod M$$

ullet obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

$$h(x) = x \bmod M$$

Exemplo:

$$h(\text{"bala"}) = 1.650.551.905 \, \text{mod} \, 1783 = 277$$

ullet obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

$$h(x) = x \bmod M$$

Exemplo:

$$h(\text{"bala"}) = 1.650.551.905 \, \text{mod} \, 1783 = 277$$

Escolhendo M:

obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

$$h(x) = x \bmod M$$

Exemplo:

$$h(\text{"bala"}) = 1.650.551.905 \text{ mod } 1783 = 277$$

Escolhendo M:

ullet escolher M como uma potência de 2 não é uma boa ideia

obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

$$h(x) = x \operatorname{mod} M$$

Exemplo:

$$h(\text{"bala"}) = 1.650.551.905 \text{ mod } 1783 = 277$$

Escolhendo M:

- ullet escolher M como uma potência de 2 não é uma boa ideia
 - considera apenas os bits menos significativos

obtemos o resto da divisão pelo tamanho M do hashing

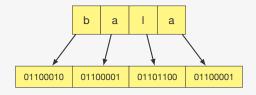
$$h(x) = x \bmod M$$

Exemplo:

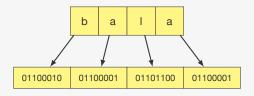
$$h(\text{"bala"}) = 1.650.551.905 \text{ mod } 1783 = 277$$

Escolhendo M:

- escolher *M* como uma potência de 2 não é uma boa ideia
 considera apenas os bits menos significativos
- normalmente escolhemos M como um número primo longe de uma potência de 2

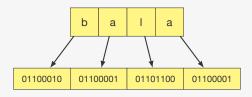


Como podemos calcular o número x que representa "bala"?



Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

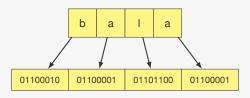
•
$$x = 'b' \cdot 256^3 + 'a' \cdot 256^2 + '1' \cdot 256^1 + 'a' \cdot 256^0$$



Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

•
$$x = 'b' \cdot 256^3 + 'a' \cdot 256^2 + 'l' \cdot 256^1 + 'a' \cdot 256^0$$

que pode ser rescrito como

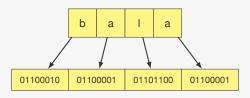


Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

•
$$x = 'b' \cdot 256^3 + 'a' \cdot 256^2 + 'l' \cdot 256^1 + 'a' \cdot 256^0$$

que pode ser rescrito como

•
$$x = ((('b') \cdot 256 + 'a') \cdot 256 + '1') \cdot 256 + 'a'$$



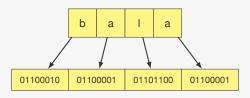
Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

•
$$x = \text{'b'} \cdot 256^3 + \text{'a'} \cdot 256^2 + \text{'l'} \cdot 256^1 + \text{'a'} \cdot 256^0$$

que pode ser rescrito como

•
$$x = ((('b') \cdot 256 + 'a') \cdot 256 + '1') \cdot 256 + 'a'$$

Mas x poderia ser muito grande e estourar um int...



Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

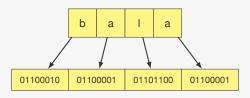
•
$$x = 'b' \cdot 256^3 + 'a' \cdot 256^2 + 'l' \cdot 256^1 + 'a' \cdot 256^0$$

que pode ser rescrito como

•
$$x = ((('b') \cdot 256 + 'a') \cdot 256 + '1') \cdot 256 + 'a'$$

Mas x poderia ser muito grande e estourar um int...

Ao invés de calcular $x \mod M$, calculamos



Como podemos calcular o número x que representa "bala"?

•
$$x = 'b' \cdot 256^3 + 'a' \cdot 256^2 + 'l' \cdot 256^1 + 'a' \cdot 256^0$$

que pode ser rescrito como

•
$$x = ((('b') \cdot 256 + 'a') \cdot 256 + '1') \cdot 256 + 'a'$$

Mas x poderia ser muito grande e estourar um int...

Ao invés de calcular $x \mod M$, calculamos

$$(((\verb""b" \bmod M) \cdot 256 + \verb"a" \bmod M) \cdot 256 + \verb"l" \bmod M) \cdot 256 + \verb"a" \bmod M)$$

 multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

Exemplo:

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

$$h(\text{``bala''}) = \lfloor 1024 \cdot [((\sqrt{5} - 1)/2 \cdot 1.650.551.905) \text{ mod } 1] \rfloor$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

$$\begin{split} h(\text{``bala''}) &= \lfloor 1024 \cdot [((\sqrt{5}-1)/2 \cdot 1.650.551.905) \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot [1020097177, 4858876 \text{ mod } 1] \rfloor \end{split}$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

$$\begin{split} h(\text{``bala''}) &= \lfloor 1024 \cdot [((\sqrt{5}-1)/2 \cdot 1.650.551.905) \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot [1020097177,4858876 \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot 0.4858876 \rfloor \end{split}$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

$$\begin{split} h(\text{``bala''}) &= \lfloor 1024 \cdot [((\sqrt{5}-1)/2 \cdot 1.650.551.905) \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot [1020097177,4858876 \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot 0,4858876 \rfloor \\ &= \lfloor 497,5489024 \rfloor \end{split}$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

$$\begin{split} h(\text{``bala''}) &= \lfloor 1024 \cdot [((\sqrt{5}-1)/2 \cdot 1.650.551.905) \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot [1020097177,4858876 \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot 0,4858876 \rfloor \\ &= \lfloor 497,5489024 \rfloor = 497 \end{split}$$

- multiplicamos por um certo valor real A e obtemos a parte fracionária
- escolhemos A conveniente, por exemplo $A = (\sqrt{5} 1)/2$
- posição relativa no vetor não depende de M (pode ser M=1024)

$$h(x) = \lfloor M \left(A \cdot x \bmod 1 \right) \rfloor$$

Exemplo:

$$\begin{split} h(\text{``bala''}) &= \lfloor 1024 \cdot [((\sqrt{5}-1)/2 \cdot 1.650.551.905) \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot [1020097177,4858876 \text{ mod } 1] \rfloor \\ &= \lfloor 1024 \cdot 0,4858876 \rfloor \\ &= \lfloor 497,5489024 \rfloor = 497 \end{split}$$

O uso da razão áurea como valor de A é sugestão de Knuth

Interface do TAD

```
1 #define MAX 1783
2
3 typedef struct {
4    char chave[10];
5    int dado;
6    No * prox;
7 } No;
```

Interface do TAD

```
1 #define MAX 1783
2
3 typedef struct {
4   char chave[10];
5   int dado;
6   No * prox;
7 } No;
8
9 typedef No * p_no;
10
11 typedef struct {
12   p_no vetor[MAX];
13 } Hash;
```

Interface do TAD

```
1 #define MAX 1783
3 typedef struct {
    char chave[10];
5 int dado;
6 No * prox;
7 } No;
8
9 typedef No * p no;
10
11 typedef struct {
12  p_no vetor[MAX];
13 } Hash:
14
15 typedef Hash * p_hash;
16
17 p_hash criar_hash();
18
19 void destruir_hash(p_hash t);
20
21 void inserir(p_hash t, char *chave, int dado);
22
23 void remover(p_hash t, char *chave);
24
25 p_no buscar(p_hash t, char *chave);
                                    17
```

```
1 int hash(char *chave) {
```

```
1 int hash(char *chave) {
2  int i, n = 0;
```

```
1 int hash(char *chave) {
2   int i, n = 0;
3   for (i = 0; i < strlen(chave); i++)
4    n = (256 * n + chave[i]) % MAX;</pre>
```

```
1 int hash(char *chave) {
2   int i, n = 0;
3   for (i = 0; i < strlen(chave); i++)
4    n = (256 * n + chave[i]) % MAX;
5   return n;
6 }</pre>
```

```
1 int hash(char *chave) {
2   int i, n = 0;
3   for (i = 0; i < strlen(chave); i++)
4    n = (256 * n + chave[i]) % MAX;
5   return n;
6 }
7
8 void inserir(p_hash t, char *chave, int dado) {</pre>
```

```
1 int hash(char *chave) {
2    int i, n = 0;
3    for (i = 0; i < strlen(chave); i++)
4        n = (256 * n + chave[i]) % MAX;
5    return n;
6 }
7
8 void inserir(p_hash t, char *chave, int dado) {
9    int n = hash(chave);
10    t->vetor[n] = inserir_lista(t->vetor[n], chave, dado);
11 }
```

```
1 int hash(char *chave) {
2   int i, n = 0;
3   for (i = 0; i < strlen(chave); i++)
4    n = (256 * n + chave[i]) % MAX;
5   return n;
6 }
7
8 void inserir(p_hash t, char *chave, int dado) {
9   int n = hash(chave);
10   t->vetor[n] = inserir_lista(t->vetor[n], chave, dado);
11 }
12
13 void remover(p_hash t, char *chave) {
```

```
1 int hash(char *chave) {
2 int i, n = 0;
3 for (i = 0; i < strlen(chave); i++)</pre>
      n = (256 * n + chave[i]) \% MAX;
5
    return n:
6 }
7
8 void inserir(p_hash t, char *chave, int dado) {
    int n = hash(chave);
10 t->vetor[n] = inserir_lista(t->vetor[n], chave, dado);
11 }
12
13 void remover(p_hash t, char *chave) {
14 int n = hash(chave);
t->vetor[n] = remover lista(t->vetor[n], chave);
16 }
```

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

Uma boa função de hashing aleatória:

• fixe p um primo maior do que M

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

- fixe p um primo maior do que M
- escolha $\mathbf{a} \in \{1, \dots, p\}$ e $\mathbf{b} \in \{0, \dots, p\}$ uniform. ao acaso

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

- fixe p um primo maior do que M
- escolha $\mathbf{a} \in \{1, \dots, p\}$ e $\mathbf{b} \in \{0, \dots, p\}$ uniform. ao acaso
- defina $h_{a,b}(k) = ((ak+b) \bmod p) \bmod M$

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

- fixe p um primo maior do que M
- escolha $\mathbf{a} \in \{1, \dots, p\}$ e $\mathbf{b} \in \{0, \dots, p\}$ uniform. ao acaso
- defina $h_{a,b}(k) = ((ak+b) \mod p) \mod M$
- sabemos que essa função espalha bem

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

- fixe p um primo maior do que M
- escolha $\mathbf{a} \in \{1, \dots, p\}$ e $\mathbf{b} \in \{0, \dots, p\}$ uniform. ao acaso
- defina $h_{a,b}(k) = ((ak+b) \mod p) \mod M$
- sabemos que essa função espalha bem
 - a probabilidade de colisão é no máximo 1/M

Sabendo a função de hashing, podemos prejudicar o programa:

• insira muitos elementos com o mesmo hash

Como nos proteger de um adversário malicioso?

Podemos escolher a função de hashing aleatoriamente

- fixe p um primo maior do que M
- escolha $\mathbf{a} \in \{1, \dots, p\}$ e $\mathbf{b} \in \{0, \dots, p\}$ uniform. ao acaso
- defina $h_{a,b}(k) = ((ak+b) \bmod p) \bmod M$
- sabemos que essa função espalha bem
 - a probabilidade de colisão é no máximo 1/M
 - é um hashing universal

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

os dados são guardados no próprio vetor

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

- os dados são guardados no próprio vetor
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

- os dados são guardados no próprio vetor
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Características:

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

- os dados são guardados no próprio vetor
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Características:

 evita percorrer usando ponteiros e alocação e deslocação de memória (malloc e free)

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

- os dados são guardados no próprio vetor
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Características:

- evita percorrer usando ponteiros e alocação e deslocação de memória (malloc e free)
- se a tabela encher, deve recriar uma tabela maior

Endereçamento aberto

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

- os dados são guardados no próprio vetor
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Características:

- evita percorrer usando ponteiros e alocação e deslocação de memória (malloc e free)
- se a tabela encher, deve recriar uma tabela maior
 - e mudar a função de hashing

Endereçamento aberto

Existe uma alternativa para a implementação de tabela de espalhamento

Endereçamento aberto:

- os dados são guardados no próprio vetor
- colisões são colocadas em posições livres da tabela

Características:

- evita percorrer usando ponteiros e alocação e deslocação de memória (malloc e free)
- se a tabela encher, deve recriar uma tabela maior
 - e mudar a função de hashing
- remoção é mais complicada

broca boca

bolo

bela

bala

dia

escola

gratuito

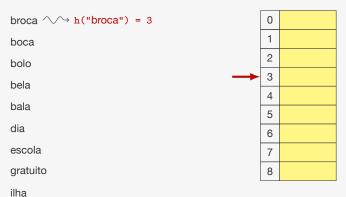
ilha

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca
bolo
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Inserindo:

procuramos posição



- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca
bolo
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```

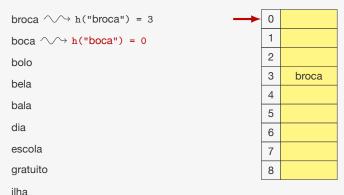
0	
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```

broca

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos



- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo
bela
bala
dia
escola
gratuito
ilha
```

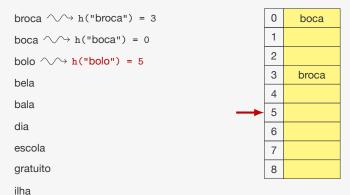
0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela
hala
dia
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos



- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela
hala
dia
escola
gratuito
ilha
```

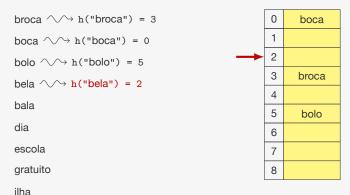
0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \rightsquigarrow h("bela") = 2
hala
dia
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	
2	
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos



- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

```
broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \rightsquigarrow h("bela") = 2
hala
dia
escola
gratuito
ilha
```

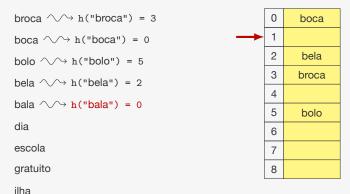
0	boca
1	
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \rightsquigarrow h("bela") = 2
$bala \rightsquigarrow h("bala") = 0$
dia
escola
gratuito
ilha

-	0	boca
	1	
	2	bela
	3	broca
	4	
	5	bolo
	6	
	7	
	8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)



- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \land \land \rightarrow h("dia") = 2
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \land \land \rightarrow h("dia") = 2
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca \to h("broca") = 3	0	boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0	1	bala
bolo	2	bela
bela ∕√→ h("bela") = 2	3	broca
	4	
$bala \wedge h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	
escola	7	
gratuito	8	
ilha		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
                                                                         0
                                                                                 boca
                                                                                  bala
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
                                                                                  bela
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
                                                                                 broca
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
                                                                                  bolo
dia \land \land \rightarrow h("dia") = 2
                                                                         6
escola
                                                                         7
aratuito
                                                                         8
ilha
```

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3	0	boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0	1	bala
bolo	2	bela
bela $\wedge \rightarrow h("bela") = 2$	3	broca
→	4	
$bala \wedge h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	
escola	7	
gratuito	8	

Inserindo:

ilha

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \land \land \rightarrow h("dia") = 2
escola
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \sim h("dia") = 2
escola \wedge \rightarrow h("escola") = 7
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3	0	boca
boca $\wedge \rightarrow h("boca") = 0$	1	bala
bolo \square h("bolo") = 5	2	bela
bela ∕ → h("bela") = 2	3	broca
, , , ,	4	dia
bala $\wedge \rightarrow h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	
escola $\wedge \rightarrow h$ ("escola") = 7	7	
gratuito	8	

Inserindo:

ilha

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \sim h("dia") = 2
escola \wedge \rightarrow h("escola") = 7
gratuito
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \sim h("dia") = 2
escola \wedge \rightarrow h("escola") = 7
gratuito \wedge \rightarrow h("gratuito") = 0
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	
7	escola
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca $\wedge \rightarrow h("broca") = 3$
boca $\sim h("boca") = 0$
bolo \square h("bolo") = 5
bela ∕ → h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia ^ h("dia") = 2
escola \square h("escola") = 7
gratuito $\wedge \rightarrow h("gratuito") = 0$
ilha

-	0	boca
	1	bala
	2	bela
	3	broca
	4	dia
	5	bolo
	6	
	7	escola
	8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3	0	boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0	1	bala
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5	2	bela
bela ∕ h("bela") = 2	3	broca
	4	dia
$bala \wedge h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	
escola $\wedge \rightarrow h("escola") = 7$	7	escola
gratuito $\rightsquigarrow h("gratuito") = 0$	8	
ilha		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca $\wedge h$ ("broca") = 3	0	boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0	1	bala
bolo	2	bela
bela ∕√→ h("bela") = 2	3	broca
	4	dia
bala $\wedge \rightarrow h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	
escola $\wedge \rightarrow h("escola") = 7$	7	escola
gratuito $\wedge \rightarrow h("gratuito") = 0$	8	
ilha		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
                                                                    0
                                                                            boca
                                                                             bala
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
                                                                             bela
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
                                                                            broca
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
                                                                             dia
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
                                                                             bolo
dia \sim h("dia") = 2
                                                                    6
escola \rightsquigarrow h("escola") = 7
                                                                    7
                                                                           escola
gratuito \wedge \rightarrow h("gratuito") = 0
                                                                    8
ilha
```

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3	0	boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0	1	bala
bolo	2	bela
bela ∕∕→ h("bela") = 2	3	broca
→	4	dia
$bala \wedge h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	
escola $\sim h("escola") = 7$	7	escola
gratuito $\sim h("gratuito") = 0$	8	
ilha		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
                                                                    0
                                                                            boca
                                                                             bala
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
                                                                             bela
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
                                                                    3
                                                                            broca
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
                                                                             dia
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
                                                                             bolo
dia \sim h("dia") = 2
                                                                    6
escola \rightsquigarrow h("escola") = 7
                                                                    7
                                                                           escola
gratuito \wedge \rightarrow h("gratuito") = 0
                                                                    8
ilha
```

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca $\wedge h$ ("broca") = 3	0	boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0	1	bala
bolo	2	bela
bela ∕ h("bela") = 2	3	broca
	4	dia
$bala \wedge \rightarrow h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge \rightarrow h("dia") = 2$	6	
escola $\wedge \rightarrow h("escola") = 7$	7	escola
gratuito $\wedge \rightarrow h("gratuito") = 0$	8	
ilha		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo \underline{M})

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \rightsquigarrow h("bala") = 0
dia \sim h("dia") = 2
escola \wedge \rightarrow h("escola") = 7
gratuito \wedge \rightarrow h("gratuito") = 0
ilha
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \wedge \wedge \rightarrow h("bala") = 0
dia \sim h("dia") = 2
escola \rightsquigarrow h("escola") = 7
gratuito \rightsquigarrow h("gratuito") = 0
ilha \wedge \wedge \rightarrow h("ilha") = 6
```

0	boca
1	bala
2	bela
3	broca
4	dia
5	bolo
6	gratuito
7	escola
8	

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3		boca
boca $\sim h("boca") = 0$		bala
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5		bela
bela ∕ → h("bela") = 2	3	broca
, , , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	4	dia
$bala \wedge h("bala") = 0$		bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$		gratuito
escola $\sim h("escola") = 7$		escola
gratuito $\wedge \rightarrow h("gratuito") = 0$		
ilha $\rightsquigarrow h("ilha") = 6$		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

broca \rightsquigarrow h("broca") = 3		boca
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0		bala
bolo		bela
bela		broca
, , , , ,		dia
$bala \wedge h("bala") = 0$	5	bolo
$dia \wedge h("dia") = 2$	6	gratuito
escola $\sim h$ ("escola") = 7		escola
gratuito $\sim h("gratuito") = 0$		
ilha $\rightsquigarrow h("ilha") = 6$		

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
                                                                                   boca
                                                                          0
                                                                                   bala
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
                                                                                   bela
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
                                                                          3
                                                                                  broca
bela \wedge \rightarrow h("bela") = 2
                                                                                    dia
bala \wedge \wedge \rightarrow h("bala") = 0
                                                                                   holo
dia \land \land \rightarrow h("dia") = 2
                                                                                 gratuito
                                                                          6
escola \rightsquigarrow h("escola") = 7
                                                                          7
                                                                                  escola
gratuito \wedge \rightarrow h("gratuito") = 0
ilha \wedge \wedge \rightarrow h("ilha") = 6
```

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

```
broca \wedge \wedge \rightarrow h("broca") = 3
boca \rightsquigarrow h("boca") = 0
bolo \rightsquigarrow h("bolo") = 5
bela \wedge \rightarrow h("bela") = 2
bala \wedge \wedge \rightarrow h("bala") = 0
dia \sim h("dia") = 2
escola \rightsquigarrow h("escola") = 7
gratuito \rightsquigarrow h("gratuito") = 0
ilha \wedge \wedge \rightarrow h("ilha") = 6
```

boca
bala
bela
broca
dia
bolo
gratuito
escola
ilha

- procuramos posição
- se houver espaço, guardamos
- se não houver espaço, procuramos a próxima posição livre (módulo M)

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

Basta simular a inserção:

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
 - Se encontrar um espaço vazio, devolva NULL

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
 - Se encontrar um espaço vazio, devolva NULL

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
 - Se encontrar um espaço vazio, devolva NULL

O que é um espaço vazio em um vetor?

Se for um vetor de ponteiros, pode ser NULL

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
 - Se encontrar um espaço vazio, devolva NULL

- Se for um vetor de ponteiros, pode ser NULL
- Se n\u00e3o for um vetor de ponteiros, precisa ser um elemento dummy

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
 - Se encontrar um espaço vazio, devolva NULL

- Se for um vetor de ponteiros, pode ser NULL
- Se n\u00e3o for um vetor de ponteiros, precisa ser um elemento dummy
 - Ou um valor que nunca será usado

Como fazer uma busca com endereçamento aberto?

- Basta simular a inserção:
 - Calcule a função de hashing
 - Percorra a tabela em sequência procurando pela chave
 - Se encontrar a chave, devolva o item correspondente
 - Se encontrar um espaço vazio, devolva NULL

- Se for um vetor de ponteiros, pode ser NULL
- Se n\u00e3o for um vetor de ponteiros, precisa ser um elemento dummy
 - Ou um valor que nunca será usado
 - Ou ter um campo indicando que é dummy

Como fazer a remoção com endereçamento aberto?

Não podemos apenas remover os elementos da tabela

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...
- Opção 1: fazemos o rehash de todos os elementos que estão a seguir no mesmo bloco

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...
- Opção 1: fazemos o rehash de todos os elementos que estão a seguir no mesmo bloco
 - reinserimos os mesmos no hash para ir para a posição correta

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...
- Opção 1: fazemos o rehash de todos os elementos que estão a seguir no mesmo bloco
 - reinserimos os mesmos no hash para ir para a posição correta
 - é custoso e tem que ser implementado com cuidado

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...
- Opção 1: fazemos o rehash de todos os elementos que estão a seguir no mesmo bloco
 - reinserimos os mesmos no hash para ir para a posição correta
 - é custoso e tem que ser implementado com cuidado
- Opção 2: trocamos por um item dummy indicando que o item foi removido

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...
- Opção 1: fazemos o rehash de todos os elementos que estão a seguir no mesmo bloco
 - reinserimos os mesmos no hash para ir para a posição correta
 - é custoso e tem que ser implementado com cuidado
- Opção 2: trocamos por um item dummy indicando que o item foi removido
 - mas não pode ser o mesmo que indica espaço vazio

- Não podemos apenas remover os elementos da tabela
 - Por que?
 - Quebraria a busca...
- Opção 1: fazemos o rehash de todos os elementos que estão a seguir no mesmo bloco
 - reinserimos os mesmos no hash para ir para a posição correta
 - é custoso e tem que ser implementado com cuidado
- Opção 2: trocamos por um item dummy indicando que o item foi removido
 - mas não pode ser o mesmo que indica espaço vazio
- Opção 3: marcamos o item como removido usando um campo adicional

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

Calculamos a função hashing e temos um resultado h

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

Busca:

Calculamos a função hashing e temos um resultado h

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Procuramos o item em sequência

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Procuramos o item em sequência
 - Veja se ao encontrar o item, ele não foi removido

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Procuramos o item em sequência
 - Veja se ao encontrar o item, ele não foi removido
- Pare ao encontrar uma posição vazia

Inserção e Busca Revisitadas

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

Busca:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Procuramos o item em sequência
 - Veja se ao encontrar o item, ele não foi removido
- Pare ao encontrar uma posição vazia
 - Passe por cima de itens removidos

Inserção e Busca Revisitadas

Se fizermos a remoção marcando o item como removido, precisamos mudar a inserção e a busca

Inserção:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Inserimos na primeira posição vazia ou com item removido a partir de h

Busca:

- Calculamos a função hashing e temos um resultado h
- Procuramos o item em sequência
 - Veja se ao encontrar o item, ele não foi removido
- Pare ao encontrar uma posição vazia
 - Passe por cima de itens removidos
- Cuidado para não ciclar...

É como a sondagem linear:

É como a sondagem linear:

• Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

hash₂(k) nunca pode ser zero

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

- $hash_2(k)$ nunca pode ser zero
- hash₂(k) precisa ser co-primo com M

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

- $hash_2(k)$ nunca pode ser zero
- hash₂(k) precisa ser co-primo com M
 - garante que as sequências são longas

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

- $hash_2(k)$ nunca pode ser zero
- hash₂(k) precisa ser co-primo com M
 - garante que as sequências são longas

Exemplos:

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

- $hash_2(k)$ nunca pode ser zero
- hash₂(k) precisa ser co-primo com M
 - garante que as sequências são longas

Exemplos:

• Escolha M como uma potência de 2 e faça que $hash_2(k)$ seja sempre ímpar

É como a sondagem linear:

- Quando detectamos conflito, ao invés de dar um pulo de 1
- damos um pulo h(k,i) calculado a partir de uma segunda função de hashing

Isto é,

$$h(k,i) = (hash_1(k) + i \cdot hash_2(k)) \mod M$$

Cuidados:

- $hash_2(k)$ nunca pode ser zero
- hash₂(k) precisa ser co-primo com M
 - garante que as sequências são longas

Exemplos:

• Escolha M como uma potência de 2 e faça que $hash_2(k)$ seja sempre ímpar

25

 Escolha M como um número primo e faça que hash₂(k) < M

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

¹Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

¹Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

De qualquer forma, é muito importante não deixar a tabela encher muito:

¹Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

De qualquer forma, é muito importante não deixar a tabela encher muito:

• Você pode aumentar o tamanho da tabela dinamicamente

¹Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Sondagem linear - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5
sem sucesso	2.5	5.0	8.5	55.5

Hashing duplo - tempo de busca médio

n/M	1/2	2/3	3/4	9/10
com sucesso	1.4	1.6	1.8	2.6
sem sucesso	1.5	2.0	3.0	5.5

De qualquer forma, é muito importante não deixar a tabela encher muito:

- Você pode aumentar o tamanho da tabela dinamicamente
- Porém, precisa fazer um rehash de cada elemento para a nova tabela

¹Baseado em Sedgewick, R. Algorithms in C, third edition, Addison-Wesley. 1998.

Hashing é uma boa estrutura de dados para

Hashing é uma boa estrutura de dados para

inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

Escolhendo a implementação:

• Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória
 - mas gasta mais tempo para computar a segunda função de hash

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória
 - mas gasta mais tempo para computar a segunda função de hash
- Encadeamento separado é mais fácil de implementar

Hashing é uma boa estrutura de dados para

- inserir, remover e buscar dados pela sua chave rapidamente
- com uma boa função de hashing, essas operações levam tempo O(1)
- mas não é boa se quisermos fazer operação relacionadas a ordem das chaves

- Sondagem linear é o mais rápido se a tabela for esparsa
- Hashing duplo usa melhor a memória
 - mas gasta mais tempo para computar a segunda função de hash
- Encadeamento separado é mais fácil de implementar
 - Usa memória a mais para os ponteiros

Além disso, funções de hashing têm várias outras aplicações, ex:

 Para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing. Exemplos:

- Para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing. Exemplos:
 - dígitos verificadores

- Para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing. Exemplos:
 - dígitos verificadores
 - sequências de verificação para arquivos (MD5 e SHA)

- Para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing. Exemplos:
 - dígitos verificadores
 - sequências de verificação para arquivos (MD5 e SHA)
- Guardamos o hash de uma senha no banco de dados ao invés da senha em si

- Para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing. Exemplos:
 - dígitos verificadores
 - sequências de verificação para arquivos (MD5 e SHA)
- Guardamos o hash de uma senha no banco de dados ao invés da senha em si
 - evitamos vazamento de informação em caso de ataque

- Para evitar erros de transmissão, podemos, além de informar uma chave, transmitir o resultado da função de hashing. Exemplos:
 - dígitos verificadores
 - sequências de verificação para arquivos (MD5 e SHA)
- Guardamos o hash de uma senha no banco de dados ao invés da senha em si
 - evitamos vazamento de informação em caso de ataque
 - mas temos que garantir que a probabilidade de duas senhas terem o mesmo hash seja ínfima...