Resumo do artigo:
A Game Theory Approach To Demand Side Management In Smart Grids

Yulle Glebbyo

Resumo

Neste trabalho, apresentaremos um resumo conciso do artigo "*A Game Theory Approach To Demand Side Management In Smart Grids*", escrito por **Nadine Hajj** e **Mariette Awad**, e publicado como artigo de conferência em *Advances In Intelligent Systems and Computing'* de 2014 [1]. O objetivo é apresentar o trabalho feito pelas autoras e acrescentar uma discussão sobre os resultados e conclusões observados. As formulas e definições mostradas neste trabalho são retratadas da forma que são apresentadas no artigo.

1 Introdução

O objetivo do trabalho analisado é propor uma abordagem baseada em teoria dos jogos para se obter precificações dinâmicas que beneficiem os provedores e consumidores de energia em redes elétricas inteligentes. Considera-se o jogo em que: 1 jogador (provedor) procura escolher o preço da unidade de energia pra um conjunto de intervalos de tempo; e n jogadores (consumidores) que consumirão a energia, logo deverão escolher uma demanda a ser requisitada para o provedor para cada intervalo de tempo de acordo com seus orçamentos; o objetivo do provedor é maximizar seu lucro e minimizar os picos de utilização, enquanto o objetivo dos consumidores é minimizar o preço pago pela energia.

2 Modelo Proposto

Para modelar o jogo, precisamos definir algumas variáveis: N é o número de consumidores da rede elétrica; K é o número de intervalos de tempo para demanda; d_{ik} representa o a demanda de energia do consumidor i para o k-ésimo intervalo de tempo; d^m é o valor máximo que um cliente pode demandar em cada intervalo de tempo; E^m é a capacidade máxima de geração de energia da rede elétrica em um intervalo de tempo; p_k representa o preço que deve ser pago por unidade de energia no intervalo k; α_k e β_i são constantes positivas relativas ao objetivo do provedor e utilidade de cada consumidor, respectivamente. Com estas variáveis, é possível modelar o custo do produtor da seguinte forma:

$$U_p(d_i, p_k) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N}(-\alpha_k p_k^2 + p_k d_{ik} + PAR \cdot p_k), \tag{1}$$

onde:

$$PAR = \frac{\max_k \sum_{i=1}^{N} d_{ik}}{\frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{N} d_{ik}}, \tag{2}$$

e representa a razão entre o consumo do intervalo de tempo mais utilizado (pico) e o consumo médio.

Por outro lado, a utilidade de um consumidor i é modelada como:

$$C_i(d_i, p_k) = \sum_{k=1}^{K} (\beta_i d_{ik}^2 - d_{ik} p_k), \tag{3}$$

contando que as seguintes restrições sejam satisfeitas:

$$\begin{cases} 0 \leq d_{ik} \leq d^m \\ \sum_{i=1}^{N} d_{ik} \leq E^m. \end{cases} \tag{4}$$

3 Pontos de Equilíbrio

Considere que os jogadores estão jogando as estratégias a^*. Chamamos um ponto de equilíbrio, quando para todo jogador i, não existe uma estratégia $a_i \neq a_i^*$ tal que:

$$u_i(a^*) \geq u_i(a_i, a_{-i}^*), \tag{5}$$

ou seja, não existe nenhum jogador i que possa aumentar sua utilidade mudando somente a sua estratégia.

É possível estender este conceito ao jogo proposto. Um ponto de equilíbrio para o jogo de gerenciamento pelo lado da demanda é (d^*, p^*) tal que:

$$\begin{cases} U_p(d_i^*, p_k^*) \geq U_p(d_i^*, p_k) & \forall p_k \\ C_i(d_i^*, p_k^*) \leq C_i(d_i, p_k^*) & \forall d_i, i \end{cases} \tag{6}$$

Teorema 1. *O equilíbrio do jogo proposto é a interseção das soluções ótimas de dois problemas de otimização.*

Demonstração. Para o provedor, dado um vetor de demandas d^*, é possível encontrar uma estratégia p^* que satisfaça (6) resolvendo o seguinte problema de maximização de lucro:

$$\max_{p_k} \sum_{i=1}^{N} (-\alpha_k p_k^2 + p_k d_i^* ik + PAR \cdot p_k) \tag{7}$$

De maneira análoga, para um provedor i, dado um vetor de preços p^*, é possível encontrar uma estratégia d_i^* (uma demanda por intervalo de tempo k) que satisfaça (6) resolvendo o seguinte problema de minimização de custos:

$$\min_{d_{ik}} \sum_{k=1}^{k} (\beta_i d_{ik}^2 + d_{ik} p_k^*) \tag{8}$$

Logo, um ponto de equilíbrio pode ser dado através da solução ótima comum para estes dois problemas de maximização. □

Entretanto, ainda é necessário demonstrar se este ponto de fato existe para toda instância deste jogo.

Teorema 2. *O jogo proposto sempre admite um, e somente um equilíbrio.*

Demonstração. Para cada consumidor i, sua função de custo é estritamente convexa em relação a d_i, que por consequência resulta em uma função de utilidade côncava. Para o produtor, temos uma função de utilidade côncava por definição. Logo, tem-se um jogo estritamente côncavo de $(N + 1)$ pessoas que, de acordo com o trabalho de Rosen (Teorema 1, [2]), sempre possui um ponto de equilíbrio. Adicionalmente, pelos teoremas 2,3,4 do mesmo trabalho de Rosen, tem-se que o ponto de equilíbrio é único no caso de jogos estritamente côncavos de n-pessoas. □

Portanto, o ponto de equilíbrio descrito anteriormente sempre existe, pois ele é o ponto de equilíbrio único do jogo. Com base nisso, as autoras descrevem um algoritmo para encontrar o ponto de equilíbrio do jogo:

- O provedor propaga um conjunto de preços para cada intervalo de tempo;
- Os consumidores receberão os preços, computarão suas demandas ótimas com base nos preços atuais, e então enviarão estes valores de demanda de volta para o provedor;
- Em seguida, o provedor receberá novas demandas, irá recalcular o preço ótimo para cada instante de tempo baseado nas demandas atuais dos consumidores e submetê-lo novamente aos consumidores;

Este processo é repetido até que nenhum consumidor queira mudar suas demandas, ou seja todos os clientes estão com valores de demanda ótimos para os preços sugeridos pelo provedor, logo se o preço sugerido pelo provedor era ótimo pra ele, todos os jogadores atingiram seus pontos ótimos.

4 Resolução Analítica do Modelo

Para encontrar o ponto de equilíbrio, é necessário resolver os dois problemas de otimização propostos na seção 3.

4.1 Minimização de Custos

Para resolver o problema de minimização de custos, as autoras propõem o uso de multiplicadores de Lagrange e as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Baseando-se nisso, constrói-se a seguinte lagrangeana:

$$L_i(d_{ik}, \lambda_1, \lambda_2) = -(\beta_i d_{ik}^2 + d_{ik} p_k) + \lambda_1(d^m - d_{ik}) + \lambda_2(E^m - \sum_{i=1}^{N} d_{ik})$$

Para resolver este problema, basta resolver L_i maximizando-a em relação a d_{ik} e minimizando-a em relação λ_1 e λ_2, de forma a respeitar as condições de KKT. A partir da resolução deste problema, as autoras obtém $d_{ik} = \frac{p_k}{2\beta_i}$ como a resposta ótima para o problema de minimização de custos. Para mais detalhes sobre o desenvolvimento, ver [1].

4.2 Maximização de Lucro

O problema de maximização de lucro é um problema de otimização irrestrito, e seu ponto ótimo pode ser encontrado através da derivada de primeira ordem da função objetivo:

$$\max_{p_k} f(p_k) = \sum_{i=1}^{N}(-\alpha_k p_k^2 + p_k d_{ik} + PAR \cdot p_k)$$
$$\frac{\partial f(p_k)}{\partial p_k} = 0 \implies \sum_{i=1}^{N}(-2\alpha_k p_k + d_{ik} + PAR) = 0$$
$$\implies p_k = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ik} + PAR}{2\alpha_k}$$

Como a função objetivo do problema é uma parábola côncava, existe apenas um ponto máximo local, que é de fato máximo global, logo a solução ótima é $p_k = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_{ik} + PAR}{2\alpha_k}$.

5 Discussões e Conclusões

As autoras descrevem um modelo de gerenciamento pelo lado da demanda para redes elétricas inteligentes como um jogo, e dão uma solução analítica que é ótima para todos os jogadores, e representa o único equilíbrio deste jogo. Entretanto, existem algumas ressalvas a serem feitas sobre o trabalho:

- As funções de custo dos consumidores e funções de utilidade do provedor são artificialmente projetadas para que satisfaçam as condições de concavidade estrita necessárias para a prova de existência e unicidade do equilíbrio. Não existem justificativas econômicas que expliquem o comportamento dos jogadores, sejam eles consumidores ou produtor. Podemos considerar, por exemplo, se o consumidor quer minimizar seu custo não existe nada que o motive a consumir energia, logo sua demanda ótima será sempre 0 a menos que o provedor dê custo negativo para um intervalo de tempo. Neste caso, os consumidores só consumirão energia se forem pagos pra isso, o que não modela um cenário realista;
- As definições das funções de custo dos consumidores muda de forma inexplicada e conveniente. Na primeira vez que é apresentado, o custo de um consumidor é definido como $C_i(d_i, p_k) = \sum_{k=1}^{K}(\beta_i d_{i,k}^2 - d_{ik} p_k)$, mas posteriormente, quando as autoras falam sobre pontos de equilíbrio, o mesmo custo aparece definido como $\sum_{k=1}^{K}(\beta_i d_{ik}^2 + d_{ik} p_k)$ sem nenhuma explicação. Isto nos leva a acreditar que foram feitas ajustes na definição desta função que não foram refletidas em todas as etapas do texto, e não foram verificadas corretamente;
- A solução do problema de minimização do custo poderia ser feita de maneira mais simples. Como sabemos, a função de custo é uma parábola de concavidade para baixo, logo seu único ponto mínimo será o ponto médio entre suas duas raízes.
- Por fim, as autoras concluem que a estratégia ótima de cada consumidor é escolher uma demanda $d_{ik} = p_k/2\beta_i$, ou seja, quanto maior o preço de um intervalo de tempo k, maior deve ser a demanda do jogador i para este intervalo. Isto não modela um comportamento racional para um consumidor que quer minimizar seus custos.

Nenhum dos pontos acima é esclarecido no texto, o que nos leva a acreditar que o trabalho teve uma concepção errada, logo seus resultados e sua aplicabilidade são comprometidas.

Referências

[1] Nadine Hajj and Mariette Awad. A game theory approach to demand side management in smart grids. In *Intelligent Systems' 2014*, pages 807–819. Springer, 2015.

[2] J Ben Rosen. Existence and uniqueness of equilibrium points for concave n-person games. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 520–534, 1965.