MC918 - Teoria dos Jogos Algorítmica
Resumo do artigo “Evaluating gambles using dynamics” de O. Peters e M. Gell-Man

Antonio José Pinheiro Prado RA: 134988

2017.1

Resumo

Na economia, tentar maximizar o valor esperado é tido como racional, embora o valor esperado só seja relevante na presença de conjuntos estatísticos ou sistemas com propriedades ergódicas, condições nem sempre atendidas. É proposta uma alternativa que procura evitar a utilização de funções de utilidade e os problemas do valor esperado ao calcular o crescimento da riqueza ao longo do tempo. Para isso são necessárias transformações que gerem observáveis ergódicas para dinâmicas aditivas ou multiplicativas. É discutido o desenvolvimento histórico da teoria da decisão.

Palavras-chaves: Teoria da decisão. Prêmios. Processos estocásticos. Modelos de mecânica estatística.

Introdução

A maior parte da teoria econômica atual é baseada em trabalhos em teoria da probabilidade dos séculos XVII e XVIII, antes do desenvolvimento do conceito de ergodicidade, e assume que o valor esperado reflete o que acontece ao longo do tempo. Em especial os processos de crescimento estocástico, que são os modelos básicos da economia, não são ergódicos. Essa discordância leva ao aparecimento de paradoxos e enigmas, que poderiam ser resolvidos ao explicitar o tipo de crescimento que se está considerando e escolher uma observável ergódica adequada para o problema.

1 Preliminares

Nessa seção os autores estabelecem o escopo do artigo: um indivíduo avaliando apostas em situações em que qualquer outra circunstância que não financeira pode ser desconsiderada. O formalismo dominante para esse problema é a teoria da utilidade, criada para explicar situações em que o comportamento padrão não obedecia o padrão de racionalidade tido como maximizar o valor esperado. É argumentado que essa teoria de racionalidade é inadequada à luz da teoria ergódica. Em seguida os autores estabelecem algumas definições:
Propriedade ergódica (igualdade das médias):
O valor esperado de uma variável é uma constante (independete do tempo), e a média a tempo-finito da observável converge para esta constante com probabilidade 1 quando o tempo tende ao infinito.
A partir disso são apresentadas outras definições, como a definição de aposta, possíveis retornos *D(n)*, prêmios *G(n)* e taxa de entrada *F*, com *D(n) = G(n) - F*.

2 Roteiro

Nessa seção os autores descrevem o modelo do artigo, com adiantamentos de argumentos que serão apresentados posteriormente. Em especial é apresentada a preocupação de quando é relevante a utilização do valor esperado de uma variável (definido como o a média da variável para N observações quando N tende ao infinito). É oferecido um resumo das ideias de cada um dos autores citados: Hyugens, Bernoulli, Laplace e Menger, e uma prévia das conclusões.

3 A perspectiva dinâmica

Aqui são apresentados os detalhes da abordagem sugerida para o tratamento dos problemas de decisão, que em resumo, são:
1. Estabelecer qual critério de repetição será utilizado, repetição aditiva ou repetição multiplicativa. A repetição é necessária para essa abordagem, pois é considerado que não é possível tomar decisões baseando-se apenas nos possíveis reultados de um único jogo.
2. Escolha de uma variável aleatória ergódica para o problema em questão que represente o critério utilizado, aditivo ou multiplicativo.
3. Cálculo do rendimento da aposta tomando como base a variável ergódica encontrada.

3.1 Repetição Aditiva

Para a repetição aditiva, é definida uma aposta

$$x(t + T\delta t) = x(t) + \sum_{\tau=1}^{T} D(n_\tau)$$

Como a função x não tem a propriedade ergódica, consideramos a variação a partir de cada jogada, definida como $x(t + T\delta t) - x(t)$, cuja distribuição não depende de t. Para essa nova função, portanto, é equivalente maximizar o valor esperado e o rendimento ao longo do tempo, o que justifica o critério utilizado por Huygens, que maximizava o valor esperado. É importante ressaltar que isso é um caso especial: uma observável ergódica num processo não ergódico.

3.2 Repetição Multiplicativa

Para a repetição multiplicativa, é definida a razão de crescimento por rodada,

$$r(n) = (x(t_0) + D(n))/x(t_0)$$

Para esse caso,

$$x(t + T\delta t) = x(t) \prod_{\tau=1}^{T} r(n_\tau),$$

que pode ser reescrita como

$$x(t + T\delta t) = x(t) exp[\sum_{\tau=1}^{T} \ln r(n_\tau)].$$

Igualmente ao caso anterior, x não é uma variável ergódica, mas existe uma variável ergódica em $x(t + T\delta t)/x(t)$ que possui como valor esperado $\langle \delta \ln x \rangle$, que pode ser utilizada para avaliar o jogo, e que coincide com o critério de Laplace. É discutido como a repetição multiplicativa retrata mais fielmente o cenário de investimentos, uma vez que para quem começa com muito dinheiro é mais fácil ganhar um valor elevado que quem começa com nada ou muito pouco.

4 Desenvolvimento histórico da teoria da decisão

Aqui são analisados diferentes períodos da história da teoria da decisão e suas fraquezas.

4.1 Pré-1713: Riqueza esperada

Hyugens foi quem primeiro descreveu o valor esperado como critério para tomada de decisão. Falha em descrever adequadamente para processos não ergódicos (conceito ainda não conhecido à época) o comportamento de um indivíduos que não sejam parte de um grande grupo com compartilhamento de recursos.

4.2 1738–1814: Utilidade

Daniel Bernoulli, ao tentar resolver alguns paradoxos provenientes da interpretação de Hyugens, adiciona o conceito de utilidade, que é relacionado mas não exatatamente o mesmo do retorno físico do jogo em questão, ao avaliar pesos psicológicos. Falha na resolução completa dos paradoxos pois apenas substitui uma moeda por outra, cujo valor esperado também não é uma variável ergódica.

4.3 1814–1934: Utilidade esperada

Laplace corrige matematicamente o trabalho de Bernoulli, embora tenha utilizado as mesmas motivações, e não a do crescimento ao longo do tempo.

4.4 Após 1934: Utilidade limitada

Menger avalia o trabalho de Bernoulli e chega à conclusõa de que apenas utilidades limitadas seriam permissíveis. Os autores refutam essa interpretação por acreditar que não há necessidade de limitar a utilidade, já que é possível chegar a resultados satisfatórios considerando utilidades ilimitadas.

5 Conclusão

Os autores concluem ressaltando a importância de reconhecer a não-ergodicidade de alguns processos, e trabalhá-los adequadamente. Também tentam dissassociar o logaritmo da ideia de utilidade psicológica, e aproximá-lo de um resultado natural da análise do crescimento ao longo do tempo.