

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_  
CIC110 2º semestre de 2019 Professor: Pedro Hokama  
Simulado 1 - 17/09/2019  
Tempo limite: até as 12:00

---

Dicas:

$$\log_c a/b = \log_c a - \log_c b$$

$$\sum_{i=1}^n i = n(n+1)/2$$

---

1. (1 ponto) Escreva a complexidade do Algoritmo 1 que ordena um vetor. Descreva a complexidade de tempo, no pior caso, na notação  $O$  em relação a  $n$ , deixando claro todos os passos para chegar nessa conclusão.

---

**Algoritmo 1:** Ordenação( $A$ )

---

**Entrada:** Um vetor  $A$  de tamanho  $n$ .

**Saída:** O vetor  $A$  ordenado.

```
1.1 para  $j = 2$  até  $n$  faça
1.2    $key = A[j]$ 
1.3    $i = j - 1$ 
1.4   enquanto  $i > 0$  e  $A[i] > key$  faça
1.5      $A[i + 1] = A[i]$ 
1.6      $i = i - 1$ 
1.7    $A[i + 1] = key$ 
```

---

2. (1 ponto) Mostre que, para quaisquer constantes reais  $a$  e  $b$ , onde  $b > 0$ .

$$(n + a)^b = \Theta(n^b)$$

(Dicas: Comece definindo  $\Theta$  mostre as condições para atender a definição, note que  $b$  é constante então tudo bem se as suas constantes dependerem de  $b$ .)

3. (1 ponto) Um cassino onde as máquinas caça-níqueis aceitam fichas de 3 e 5 dólares irá instalar uma máquina que troca qualquer valor inteiro acima de 8 dólares nessas fichas.
  - a) Prove por indução que essa troca sempre é possível (dica: pode ser que a sua base tenha mais de um caso).
  - b) Projete um algoritmo recursivo baseado na sua prova.
  - c) Mostre a complexidade do seu algoritmo.

4. (1 ponto) Descreva um algoritmo de divisão e conquista para multiplicação de dois inteiros. Esse algoritmo deve separar os maiores dígitos dos menores de cada um dos inteiros e realizar a multiplicação de alguma forma esperta. Considere que o número de dígitos dos inteiros de entrada é alguma potência de 2. Calcule sua complexidade. Dica:  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ .
  5. (1 ponto) Escreva um algoritmo (pseudo-código) que receba duas strings  $v$  e  $w$ , onde  $v$  tem tamanho  $n$  e  $w$  tem tamanho  $\frac{n}{2}$ , e responda se  $w$  é uma sub string de  $v$ . Descreva a complexidade de tempo, no pior caso, na notação  $O$  em relação ao tamanho de  $v$ .
  6. (1 ponto) Dado um conjunto de  $n$  pessoas e uma matriz  $M$   $n \times n$  onde  $M[i, j] = 1$  se a pessoa  $i$  conhece a pessoa  $j$  e  $M[i, j] = 0$  caso contrário, encontrar (se existir) uma celebridade no conjunto.  
  
Isto é, determinar um  $k$  tal que todos os elementos da coluna  $k$  (exceto  $M[k, k]$ ) de  $M$  são 1s e todos os elementos da linha  $k$  (exceto  $M[k, k]$ ) são 0s.  
  
Elabore um algoritmo  $\Theta(n)$  usando indução para resolver o problema.
  7. (1 ponto) Considere o seguinte problema: Dado um arranjo com  $n$  números e um inteiro  $i$ , precisamos encontrar o  $i$ -ésimo menor elemento. Elabore um algoritmo com complexidade média esperada  $O(n)$ . Demonstre a complexidade do seu algoritmo.
  8. (1 ponto) Considere o seguinte problema: Dado um arranjo com  $n$  elementos e uma função  $f$  que recebe dois desses elementos e pode dizer qual é maior. Elabore um algoritmo  $O(n)$  que ordene o arranjo de acordo com  $f$ , ou demonstre por que tal algoritmo não pode existir.
-