

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
Instituto de Computação - IC

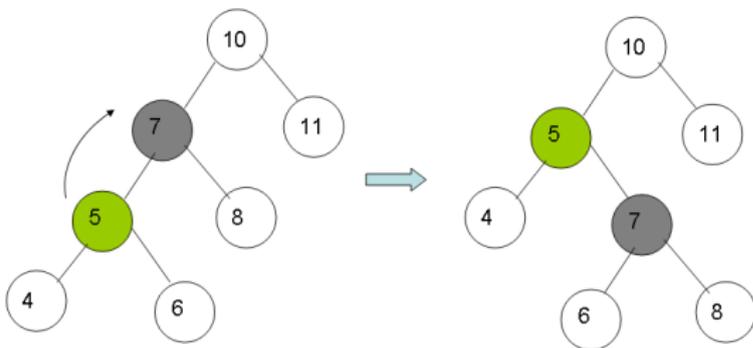
Árvores: Parte 4

- 1 Rotações de subárvores
- 2 Árvores auto-ajustadas
- 3 Auto-reestruturação
- 4 Afunilamento
- 5 Semi-afunilamento

- Preservam o percurso em *inordem* da árvore original.
- Tipos de rotações:
 - 1 À direita: rotaciona um dado nó, filho esquerdo, ao redor de seu ascendente.
 - 2 À esquerda: rotaciona um dado nó, filho direito, ao redor de seu ascendente.

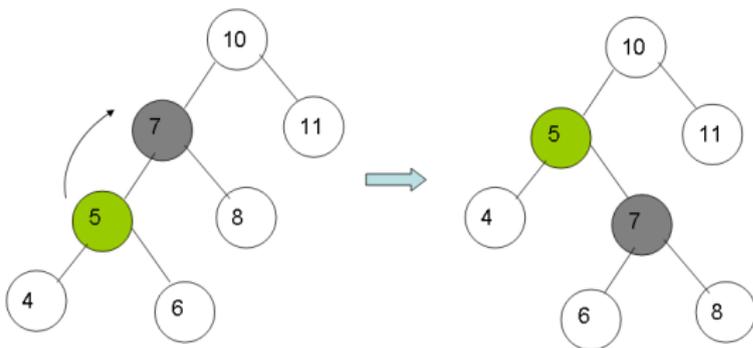
- Rotação à direita:

Exemplo 1:



- Rotação à direita:

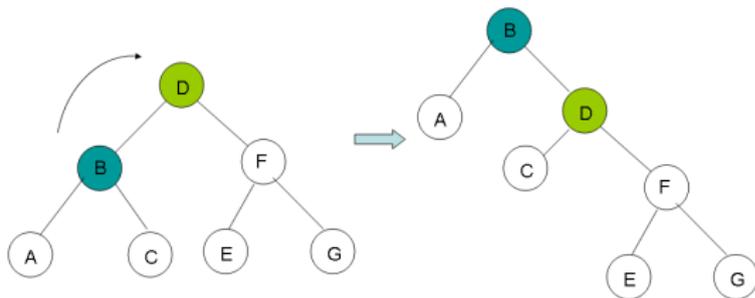
Exemplo 1:



– Percurso em *inordem*: 4 5 6 7 8 10 11

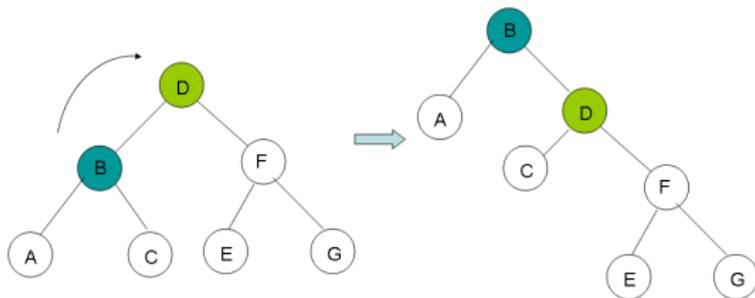
- Rotação à direita:

Exemplo 2:



- Rotação à direita:

Exemplo 2:

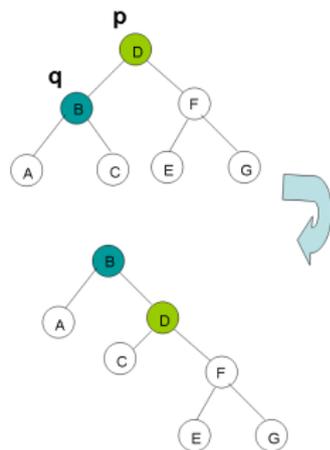


– Percurso em *inordem*: $A B C D E F G$

- Implementação:

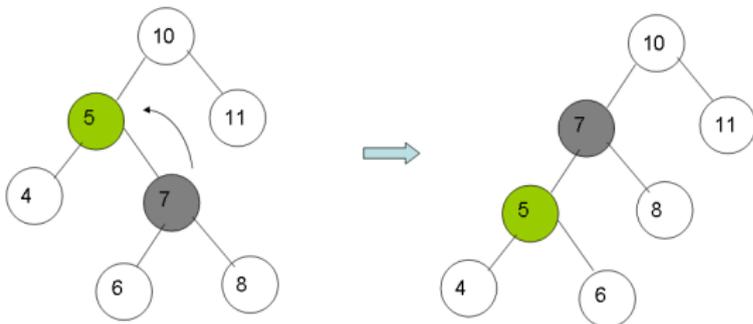
```
/* recebe no p e rotaciona filho esquerdo  
q. Retorna nó rotacionado */
```

```
void RotDir (NoArvBin *p, NoArvBin **q) {  
    *q = p->esq ;  
    p->esq = (*q)->dir ;  
    (*q)->dir = p ;  
}
```



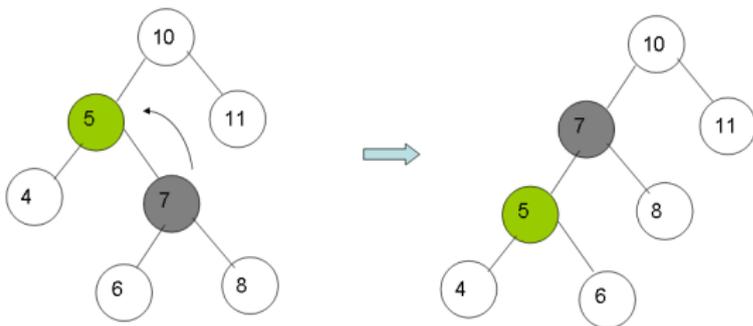
- Rotação à esquerda:

Exemplo 1:



- Rotação à esquerda:

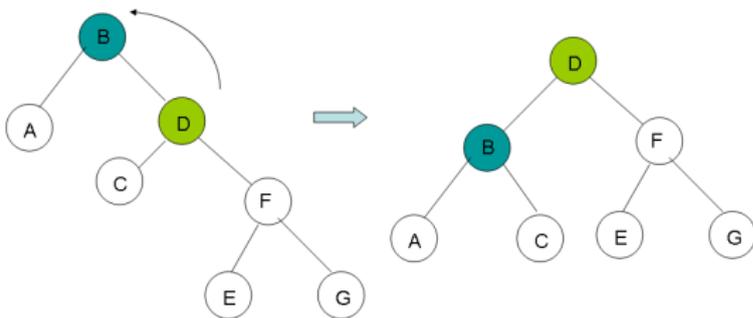
Exemplo 1:



– Percurso em *inordem*: 4 5 6 7 8 10 11

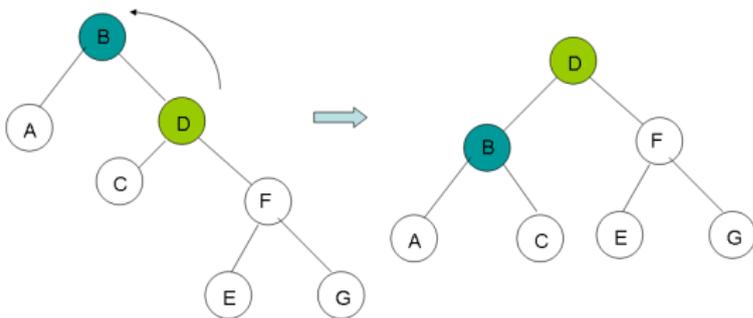
- Rotação à esquerda:

Exemplo 2:



- Rotação à esquerda:

Exemplo 2:

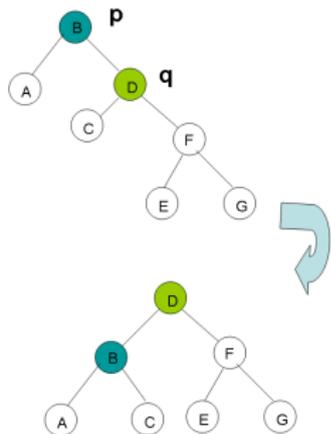


– Percurso em *inordem*: $A B C D E F G$

- Implementação:

```
/* recebe no p e rotaciona filho direito  
q. Retorna nó rotacionado */
```

```
void RotEsq (NoArvBin *p, NoArvBin **q) {  
    *q = p->dir ;  
    p->dir = (*q)->esq ;  
    (*q)->esq = p ;  
}
```

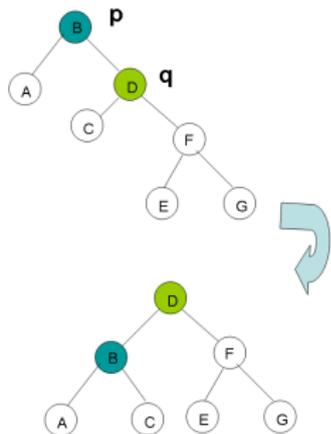


– Exercício: Escrever funções de rotação que recebam um nó e o rotacione à esquerda ou à direita de seu pai.

- Implementação:

```
/* recebe no p e rotaciona filho direito  
q. Retorna nó rotacionado */
```

```
void RotEsq (NoArvBin *p, NoArvBin **q) {  
    *q = p->dir ;  
    p->dir = (*q)->esq ;  
    (*q)->esq = p ;  
}
```



– Exercício: Escrever funções de rotação que recebam um nó e o rotacione à esquerda ou à direita de seu pai.

- 1 Define uma árvore com níveis de prioridade.
- 2 Realiza um balanceamento (ou semi-balanceamento) de uma árvore binária de busca em função da frequência de ocorrência das chaves.
- 3 Os elementos que aparecem com alta frequência devem ficar em níveis superiores da árvore (possuem maior probabilidade de ocorrência).
- 4 Os nós podem conter um campo que indica o número de acesso ou aparição de uma chave em qualquer operação, e a árvore é varrida movendo-se o respectivo nó na direção da raiz.

- 1 Define uma árvore com níveis de prioridade.
- 2 Realiza um balanceamento (ou semi-balanceamento) de uma árvore binária de busca em função da frequência de ocorrência das chaves.
- 3 Os elementos que aparecem com alta frequência devem ficar em níveis superiores da árvore (possuem maior probabilidade de ocorrência).
- 4 Os nós podem conter um campo que indica o número de acesso ou aparição de uma chave em qualquer operação, e a árvore é varrida movendo-se o respectivo nó na direção da raiz.

- 1 Define uma árvore com níveis de prioridade.
- 2 Realiza um balanceamento (ou semi-balanceamento) de uma árvore binária de busca em função da frequência de ocorrência das chaves.
- 3 Os elementos que aparecem com alta frequência devem ficar em níveis superiores da árvore (possuem maior probabilidade de ocorrência).
- 4 Os nós podem conter um campo que indica o número de acesso ou aparição de uma chave em qualquer operação, e a árvore é varrida movendo-se o respectivo nó na direção da raiz.

- 1 Define uma árvore com níveis de prioridade.
- 2 Realiza um balanceamento (ou semi-balanceamento) de uma árvore binária de busca em função da frequência de ocorrência das chaves.
- 3 Os elementos que aparecem com alta frequência devem ficar em níveis superiores da árvore (possuem maior probabilidade de ocorrência).
- 4 Os nós podem conter um campo que indica o número de acesso ou aparição de uma chave em qualquer operação, e a árvore é varrida movendo-se o respectivo nó na direção da raiz.

- **Auto-reestruturação simples**

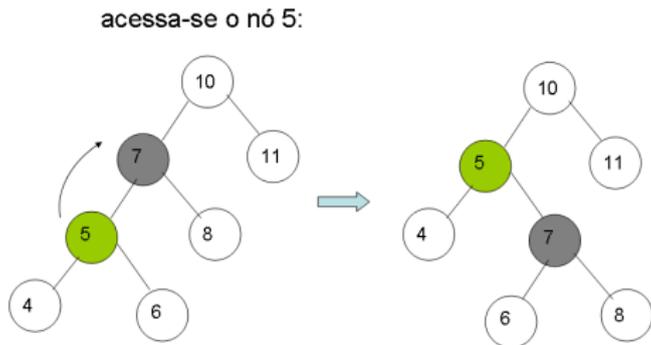
- Considera duas possibilidades:

- Rotação simples: gira um filho ao redor de seu ascendente a cada acesso ou ocorrência do elemento filho.

- **Auto-reestruturação simples**

- Considera duas possibilidades:

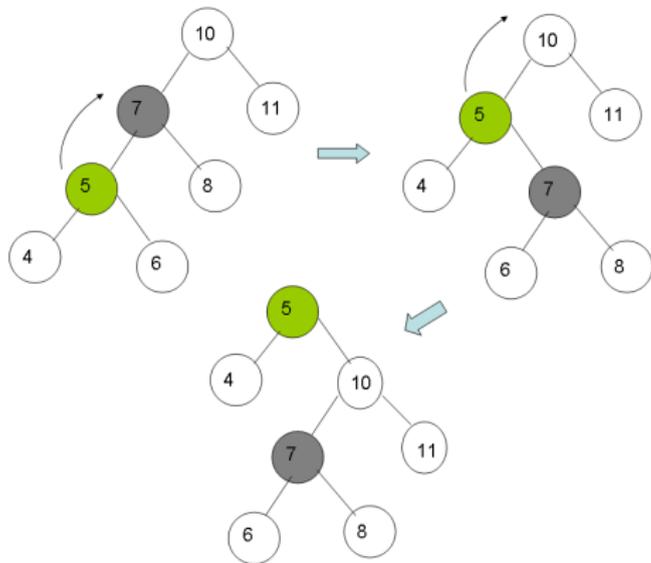
- Rotação simples: gira um filho ao redor de seu ascendente a cada acesso ou ocorrência do elemento filho.



- Rotação até a raiz: repete-se a rotação simples até que o elemento acessado atinja a raiz (presume-se, neste caso, alta probabilidade de ocorrência do elemento).

- Rotação até a raiz: repete-se a rotação simples até que o elemento acessado atinja a raiz (presume-se, neste caso, alta probabilidade de ocorrência do elemento).

acessa-se o nó 5:



• Afunilamento

– Aplica-se rotações simples em pares, numa ordem que depende dos vínculos entre o *filho*, o *pai* e o *avô*.

– Considera três casos distintos:

Seja R um nó sendo acessado, Q seu pai e P seu avô (se houver):

- 1 Caso 1: O nó ascendente de R é a raiz.
- 2 Caso 2: Configuração homogênea. O nó R é o filho à esquerda de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R e Q são filhos à direita.
- 3 Caso 3: Configuração heterogênea. O nó R é o filho à direita de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R é o filho à esquerda de Q e Q é o filho à direita de P .

• Afunilamento

– Aplica-se rotações simples em pares, numa ordem que depende dos vínculos entre o *filho*, o *pai* e o *avô*.

– Considera três casos distintos:

Seja R um nó sendo acessado, Q seu pai e P seu avô (se houver):

- 1 Caso 1: O nó ascendente de R é a raiz.
- 2 Caso 2: Configuração homogênea. O nó R é o filho à esquerda de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R e Q são filhos à direita.
- 3 Caso 3: Configuração heterogênea. O nó R é o filho à direita de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R é o filho à esquerda de Q e Q é o filho à direita de P .

• Afunilamento

– Aplica-se rotações simples em pares, numa ordem que depende dos vínculos entre o *filho*, o *pai* e o *avô*.

– Considera três casos distintos:

Seja R um nó sendo acessado, Q seu pai e P seu avô (se houver):

- 1 Caso 1: O nó ascendente de R é a raiz.
- 2 Caso 2: Configuração homogênea. O nó R é o filho à esquerda de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R e Q são filhos à direita.
- 3 Caso 3: Configuração heterogênea. O nó R é o filho à direita de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R é o filho à esquerda de Q e Q é o filho à direita de P .

• Afunilamento

– Aplica-se rotações simples em pares, numa ordem que depende dos vínculos entre o *filho*, o *pai* e o *avô*.

– Considera três casos distintos:

Seja R um nó sendo acessado, Q seu pai e P seu avô (se houver):

- 1 Caso 1: O nó ascendente de R é a raiz.
- 2 Caso 2: Configuração homogênea. O nó R é o filho à esquerda de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R e Q são filhos à direita.
- 3 Caso 3: Configuração heterogênea. O nó R é o filho à direita de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R é o filho à esquerda de Q e Q é o filho à direita de P .

- **Afunilamento**

– Aplica-se rotações simples em pares, numa ordem que depende dos vínculos entre o *filho*, o *pai* e o *avô*.

– Considera três casos distintos:

Seja R um nó sendo acessado, Q seu pai e P seu avô (se houver):

- 1 Caso 1: O nó ascendente de R é a raiz.
- 2 Caso 2: Configuração homogênea. O nó R é o filho à esquerda de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R e Q são filhos à direita.
- 3 Caso 3: Configuração heterogênea. O nó R é o filho à direita de seu ascendente Q ; Q é o filho à esquerda de seu ascendente P , ou R é o filho à esquerda de Q e Q é o filho à direita de P .

- O algoritmo para mover um nó R acessado para a raiz é:

Afunilamento (P, Q, R)

- Enquanto R não é a raiz:
 - | se o ascendente de R é a raiz:
 - | afunilamento simples: gire R ao redor de seu ascendente.
 - | else se R tem configuração homogênea com seus ascendentes:
 - | afunilamento homogêneo: gire Q ao redor de P e depois R ao redor de Q.
 - | else /* configuração heterogênea */
 - | afunilamento heterogêneo: gire R ao redor de Q e depois ao redor de P
- Fim_Enquanto

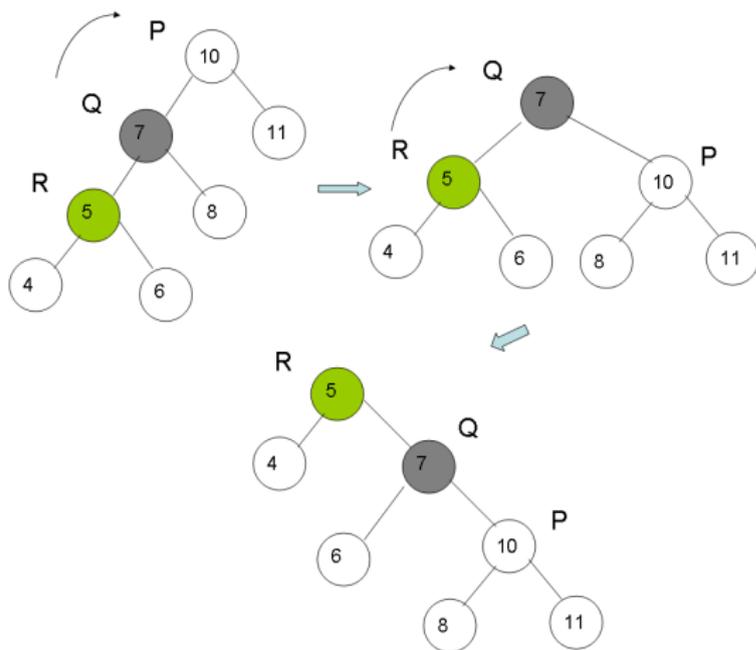
- Exemplo dos casos:

- Caso 1:



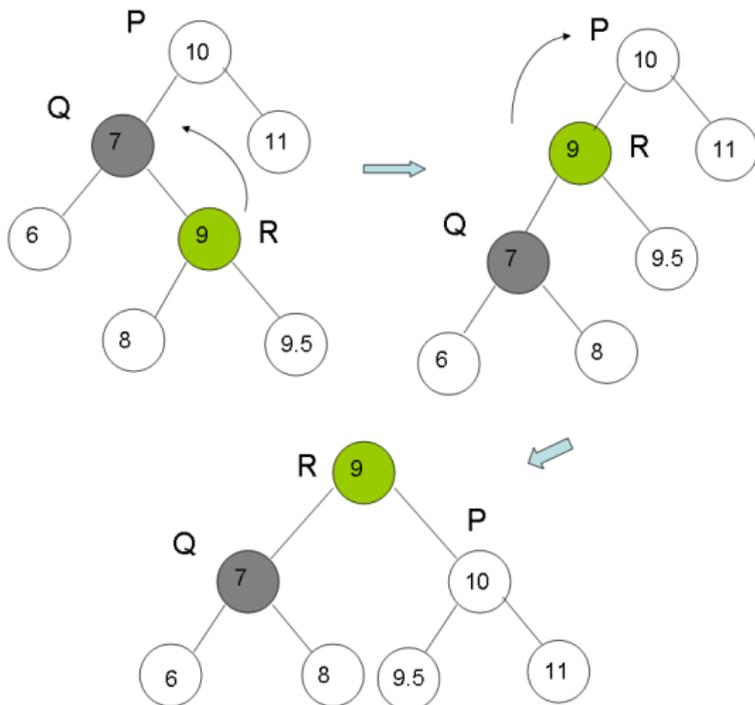
- Exemplo dos casos:

- Caso 2:



- Exemplo dos casos:

- Caso 3:

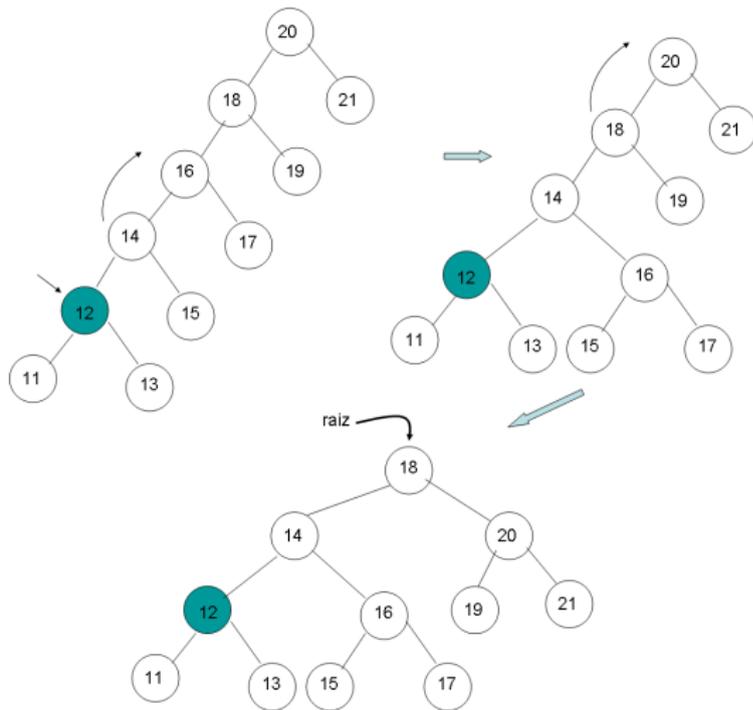


- **Semi-afunilamento**

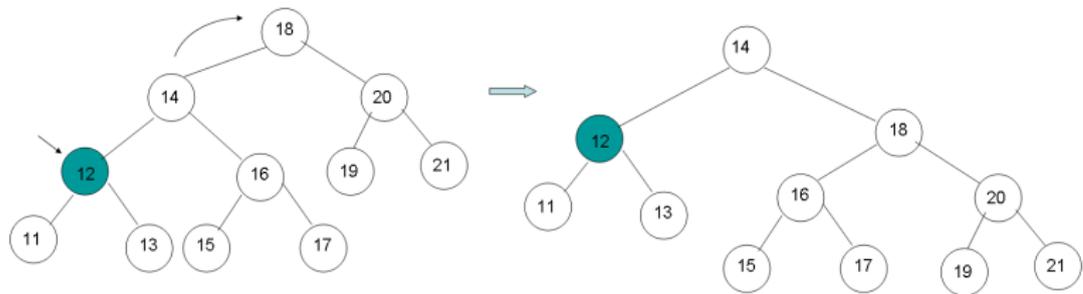
- Executa uma rotação simples do ascendente do nó correntemente considerado, de acordo com algum critério de execução (por exemplo, até se atingir a raiz).

- Exemplo:

acessa-se o nó 12:



- Exemplo: acessando-se o nó 12 mais uma vez.



- Exemplo 2: Acessando-se o nó 12.

