MO417 - ATA de Exercício

Rodolfo Ipolito Meneguette – RA098367

22 Março de 2010

Exercício 7-3 Os professores Howard, Fine e Howard propuseram o seguinte algoritmo de ordenação "elegante":

```
STOOGE-SORT(A, i, j)
1 if A[i] > A[j]
2   then trocar A[i] ↔ A[j]
3 if i + 1 ≥ j
4   then return
5 k ← (j-i+1)/3                 ; Arredonda para menos
6 STOOGE-SORT(A, i, j-k)
7 STOOGE-SORT(A, i+k, j)
8 STOOGE-SORT(A, i, j-k)
```

a. Mostre que, se n = *comprimento*[A], então STOOGE-SORT(A, 1, *comprimento*[A]) ordena corretamente o arranjo de entrada A[1..n].

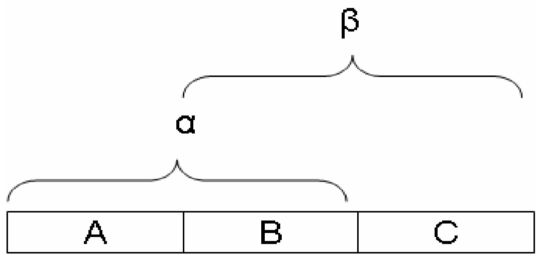
b. Forneça uma recorrência para o tempo de execução no pior caso de STOOGE-SORT e um limite assintótico restrito (notação Θ) sobre o tempo de execução no pior caso.

c. Compare o tempo de execução no pior caso de STOOGE-SORT com o da ordenação por inserção, da ordenação por intercalação, de heapsort e de quicksort. Os professores merecem a estabilidade no emprego?

a) O funcionamento do STOOGE-SORT tem as seguintes características:

- Para arranjos de 1 ou 2 elementos fornecidos como entrada, retorna o arranjo ordenado. Propriedade observada nas linhas de 1 a 4.
- Na primeira chamada recursiva (linha 6), ele coloca os menores elementos de α em A e os maiores elementos em B.
- Na segunda chamada recursiva (linha 7), ele coloca os menores elementos de β em B e os maiores em C, alterando os valores contidos em B
- Após a terceira chamada recursiva (linha 8) o STOOGE-SORT terá reordenado os elementos de α, com isso todo o arranjo de entrada estará ordenado

Ou seja, o algoritmo ordena corretamente o arranjo de entrada.



b) A recorrência para o STOOGE-SORT é $T(n) = 3\,T({}^{2n}\!/_{3}) + O(1)$.

Aplicando o método mestre para: $a = 3$, $b = {}^{3}\!/_{2}$ e $f(n) = 1$, constata-se que $f(n) = O(\, n^{\log_{3/2} 3 - \varepsilon}\,)$, portanto se encaixa no primeiro caso do método.

Para que $n^{\log_{3/2} 3}$ seja igual a f(n) então $\varepsilon = n^{\log_{3/2} 3}$, já que $n^{\log_{3/2} 3 - \log_{3/2} 3} = n^0 = 1 = f(n)$.

Obs. $\log_{3/2} 3 \approx 2{,}7$

Então o STOOGE-SORT tem limite assintótico restrito $\Theta(\, n^{\log_{3/2} 3}\,)$ para o pior caso.

c) O limite assintótico do STOOGE-SORT foi calculado como sendo $\Theta(n^k)$, com $k = \log_{3/2} 3 > 2$. Portanto STOOGE-SORT é $\omega(n^2)$ para o pior caso, conseqüentemente pior que qualquer dos algoritmos de ordenação citados.

-Insertion sort – $O(n^2)$ no pior caso;
- merge sort – $O(n \log n)$ no pior caso;
- heapsort – $O(n \log n)$ no pior caso;
- quicksort – $O(n^2)$ no pior caso.