MO417 - ATA de Exercício

Priscila Tiemi Maeda Saito - RA100576

23 de junho de 2010

Exercício 34.3-2

Mostre que a relação $\leq_p$ é uma relação transitiva em linguagens. Isto é, mostre que, se $L_1 \leq_p L_2$ e $L_2 \leq_p L_3$, então $L_1 \leq_p L_3$.

Se $L_1 \leq_p L_2$, então existe uma função calculável de tempo polinomial $f : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ tal que, para todo $x \in \{0,1\}^*$, $x \in L_1$ se e somente se $f(x) \in L_2$.

Se $L_2 \leq_p L_3$, então existe uma função calculável de tempo polinomial $g : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ tal que, para todo $x \in \{0,1\}^*$, $x \in L_2$ se e somente se $g(x) \in L_3$.

Para que $L_1 \leq_p L_3$, deve existir uma função calculável de tempo polinomial $h : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ tal que, para todo $x \in \{0,1\}^*$, $x \in L_1$ se e somente se $h(x) \in L_3$.

Sabendo-se que:

$$x \in L_1 \Longleftrightarrow f(x) \in L_2$$
$$x \in L_2 \Longleftrightarrow g(x) \in L_3$$

Então:

$$x \in L_1 \Longleftrightarrow g(f(x)) \in L_3$$

Sendo $h(x) = g(f(x))$ e visto que, a classe de problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial tem propriedades de fechamento sob a composição [Cormen et al., 2002], a função h é polinomial, pois trata-se da combinação de duas funções polinomiais (f e g).

Sendo assim, $L_1 \leq_p L_3$.

Referências

[Cormen et al., 2002] Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., e Stein, C. (2002). *Algoritmos: Teoria e Prática*. Tradução da Segunda Edição Americana, 2 edition.