

Ata da resolução de exercício
Exercício: 23.2-4
Rodolfo Ipolito Meneguette
Disciplina: Complexidade de Algoritmos - MO417
24 de Maio de 2010

Exercício 23.2-4

Suponha que todos os pesos de arestas em um grafo sejam inteiros no intervalo de 1 a $|V|$. Com que rapidez é possível executar o algoritmo de Kruskal? E se os pesos de arestas forem inteiros no intervalo de 1 a W para alguma constante W ?

Algoritmo de Kruskal:

```
MST-KRUSKAL( $G, w$ )
1  $A \leftarrow \emptyset$ 
2 for cada vértice  $v \in V[G]$ 
3   do MAKE-SET( $v$ )
4 ordenar as arestas de  $E$  por peso  $w$  não decrescente
5 for cada aresta  $(u,v) \in E$ , em ordem de peso não decrescente
6   do if FIND-SET( $u$ )  $\neq$  FIND-SET( $v$ )
7     then  $A \leftarrow A \cup \{(u,v)\}$ 
8         UNION( $u,v$ )
9 return  $A$ 
```

Suponha que todos os pesos de arestas em um grafo sejam inteiros no intervalo de 1 a $|V|$:

O primeiro for das linhas 2 a 3 é executado com custo $O(V)$, pois são realizadas $|V|$ operações de MAKE-SET, cada uma um tempo de $O(1)$.

A linha 4 ordena as arestas por peso. Sabendo que o intervalo é de 1 a $|V|$, é possível utilizar um algoritmo de ordenação em tempo linear.

O segundo for das linhas 5 a 8 executa $O(E)$ operações de FIND-SET, com o custo de $O(\alpha(V))$, caso satisfaça a desigualdade é realizada a operação de UNION com o custo de $O(\alpha(V))$, resultando um custo total de $O(E\alpha(V))$ para a execução completa do for.

Sendo assim, o tempo de execução do algoritmo para o intervalo de 1 a $|V|$ é de $O(E\alpha(V))$.

Suponha que todos os pesos de arestas em um grafo sejam inteiros no intervalo de 1 a W , para alguma constante W :

O primeiro for das linhas 2 e 3 também terá um custo $O(V)$ como no caso anterior, para intervalo de 1 a $|V|$, pois também são realizadas $|V|$ operações de MAKE-SET, cada uma um tempo de $O(1)$.

Sabendo que se trata de um intervalo de 1 a W , sendo W uma constante, pode-se utilizar para a ordenação na linha 4, o algoritmo counting-sort, que será executado em $O(W + E)$.

Sendo o custos do for da linhas 5 a 8, os mesmos apontado no caso anterior, para intervalo de 1 a $|V|$, sendo $O(E\alpha(V))$ para a execução completa do for.

Portanto o custo total deste seria $O(W + E\alpha(V))$. Como W é constante, o tempo de execução pode ser descrito por $O(E\alpha(V))$, sendo assintoticamente igual ao caso anterior.