

## MO417 - Ata do exercício

Maikon Cismoski dos Santos - RA098365 - 31 de maio de 2010

### Exercício 23.2-3

#### Enunciado

A implementação de *heap* de Fibonacci do algoritmo de Prim é assintoticamente mais rápida que a implementação de *heap* binário para um grafo esparso  $G = (V, E)$ , onde  $|E| = \Theta(V)$ ? E no caso de um grafo denso, onde  $|E| = \Theta(V^2)$ ? De que modo  $|E|$  e  $|V|$  devem estar relacionados para que a implementação de *heap* de Fibonacci seja assintoticamente mais rápida que a implementação de *heap* binário?

#### Resolução

A complexidade do algoritmo Prim utilizando *heap* de Fibonacci é  $O(E + V \lg V)$  e usando *heap* binário é  $O(E \lg V)$ .

Para um grafo esparso  $G = (V, E)$ , onde  $|E| = \Theta(V)$ , a implementação de *heap* de Fibonacci do algoritmo de Prim não é assintoticamente mais rápida que a implementação empregando *heap* binário. Como  $|E| = \Theta(V)$ , então a complexidade utilizando *heap* binário é  $O(E \lg V) = O(V \lg V)$  e usando *heap* de Fibonacci é  $O(E + V \lg V) = O(V + V \lg V) = O(V \lg V)$ , portanto  $E + V \lg V = \Theta(E \lg V)$ .

Para um grafo denso  $G = (V, E)$ , onde  $|E| = \Theta(V^2)$ , o uso de *heap* de Fibonacci é assintoticamente mais rápido que a utilização de *heap* binário. Se  $|E| = \Theta(V^2)$ , então a complexidade utilizando *heap* binário é  $O(E \lg V) = O(V^2 \lg V)$  e usando *heap* de Fibonacci é  $O(E + V \lg V) = O(V^2 + V \lg V) = O(V^2)$ , portanto, sabendo que  $V^2 = o(V^2 \lg V)$ , tem-se que  $E + V \lg V = o(E \lg V)$ .

A implementação de *heap* de Fibonacci é assintoticamente mais rápida que a implementação de *heap* binário quando  $|E| = \omega(V)$ . Se  $|E| = \omega(V)$ , então  $|V| = o(E)$ , assim  $|E| = o(E \lg V)$  e  $V \lg V = o(E \lg V)$ , portanto  $E + V \lg V = o(E \lg V)$ .