

Exercício 15.4-1

Leonardo de Paula Rosa Piga

Enunciado

Determine uma LCS das sequências $\langle 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1 \rangle$ e $\langle 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0 \rangle$.

Resolução

Para a resolução do LCS é usado um algoritmo que faz uso de programação dinâmica. A entrada corresponde a sequências de caracteres denominadas X e Y , de tamanhos m e n , respectivamente. São construídas duas tabelas. Assim, $X = \langle 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1 \rangle$ e $Y = \langle 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0 \rangle$.

A primeira tabela, é denominada c . Seus elementos, $c[i, j]$, representam o tamanho da LCS das subcadeias $X[1 : i]$ e $Y[1 : j]$. Os elementos $c[i, 0]$ e $c[0, j]$ para $0 \leq i \leq m$ e $0 \leq j \leq n$ são inicializados com zero. Abaixo, é mostrado formalmente o cálculo de c .

$$c[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{se } i = 0 \text{ ou } j = 0, \\ c[i - 1, j - 1] + 1 & \text{se } i, j > 0 \text{ e } x_i = y_j, \\ \max(c[i, j - 1], c[i - 1, j]) & \text{se } i, j > 0 \text{ e } x_i \neq y_j \end{cases} \quad (1)$$

A segunda tabela b armazena os apontadores para o valor anterior de c usados para o a computação do elemento corrente de $c[i, j]$. Uma definição formal de b é mostrada abaixo:

$$b[i, j] = \begin{cases} \swarrow & \text{se } x_i = y_j, \\ \uparrow & \text{se } c[i - 1, j] \geq c[i, j - 1], \\ \leftarrow & \text{se } c[i - 1, j] < c[i, j - 1] \end{cases} \quad (2)$$

Usando as equações 1 e 2, a tabela abaixo é criada. Note que as tabelas b e c foram representadas conjuntamente.

		y_j									
		0	1	0	1	1	0	1	1	0	
x_i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	↑ 0	↖ 1	← 1	↖ 1	↖ 1	← 1	↖ 1	↖ 1	← 1
	0	0	↖ 1	↑ 1	↖ 2	← 2	← 2	↖ 2	← 2	← 2	↖ 2
	0	0	↖ 1	↑ 1	↖ 2	↑ 2	↑ 2	↖ 3	← 3	← 3	↖ 3
	1	0	↑ 1	↖ 2	↑ 2	↖ 3	↖ 3	↑ 3	↖ 4	↖ 4	← 4
	0	0	↖ 1	↑ 2	↖ 3	↑ 3	↑ 3	↖ 4	↖ 4	↑ 4	↖ 5
	1	0	↑ 1	↖ 2	↑ 3	↖ 4	↖ 4	↑ 4	↖ 5	↖ 5	↑ 5
	0	0	↖ 1	↑ 2	↖ 3	↑ 4	↑ 4	↖ 5	↑ 5	↑ 5	↖ 6
	1	0	↑ 1	↖ 2	↑ 3	↖ 4	↖ 5	↑ 5	↖ 6	↖ 6	↑ 6

Após a construção da tabela, usa-se o algoritmo PRINT-LCS, que percorre a tabela b até que se atinja a primeira linha. Desta maneira, uma LCS, retornada pelo algoritmo, para as cadeias X e Y é $\langle 1, 0, 0, 1, 1, 0 \rangle$.