

MO417 - Ata de Exercício

Greice Martins de Freitas - RA 033072

15 de abril de 2010

Exercício 15.3-5

Como está enunciado, em programação dinâmica primeiro desenvolvemos os subproblemas e depois escolhemos qual deles utilizar em uma solução ótima para o problema. A professora Capulet afirma que nem sempre é necessário resolver todos os subproblemas a fim de encontrar uma solução ótima. Ela sugere que uma solução ótima para o problema de multiplicação de cadeias de matrizes pode ser encontrada escolhendo-se sempre a matriz A_k na qual será dividido o subproduto $A_i A_{i+1} \dots A_j$ (selecionando-se k para minimizar a quantidade $p_{i-1} p_k p_j$) *antes* de resolver os subproblemas. Encontre uma instância do subproblema de multiplicação de cadeias de matrizes para a qual esta abordagem gulosa produz uma solução não ótima.

Considerando as matrizes A_1 , A_2 e A_3 de dimensões 1×2 , 2×3 e 3×4 , respectivamente. Queremos encontrar uma forma de colocação de parênteses que reduza o número de operações necessárias para calcular o produto $A_1 A_2 A_3$.

Utilizando a solução sugerida pela professora Capulet, precisamos encontrar $0 < k < 3$ que minimize a multiplicação $p_0 p_k p_3$, onde $p_{i-1} p_i$ é a dimensão da matriz A_i .

Para $k = 1$, temos:

$$p_0 p_1 p_3 = 1.2.4 = 8$$

Para $k = 2$, temos:

$$p_0 p_2 p_3 = 1.3.4 = 12$$

Como $k = 1$ minimiza a multiplicação, a colocação de parênteses resultante é:

$$(A_1(A_2 A_3)).$$

Para multiplicar as matrizes de acordo com a colocação de parênteses obtida, são realizadas $2.3.4 = 24$ operações para multiplicar $A_2 A_3$ e mais $1.2.4 = 8$ operações para multiplicar o resultado da multiplicação anterior por A_1 , totalizando 32 operações.

Porém, para a colocação de parênteses

$$((A_1 A_2) A_3),$$

seriam realizadas $1.2.3 = 6$ operações para multiplicar $A_1 A_2$ e mais $1.3.4 = 12$ operações para multiplicar o resultado obtido por A_3 , totalizando 18 operações.

Concluimos que o método proposto pela professora não resultou na colocação ótima de parênteses para o exemplo dado, exigindo 32 operações, enquanto a solução ótima exige apenas 18 operações.