

MO417 – Ata do Exercício 15.2-1

Marcos Vinícius Mussel Cirne

16 de abril de 2010

Enunciado: Encontre uma parentização ótima de um produto de cadeia de matrizes cuja sequência de dimensões é $\langle 5, 10, 3, 12, 5, 50, 6 \rangle$.

As matrizes são definidas de acordo com a tabela 1 abaixo:

<u>Matriz</u>	<u>Dimensão</u>
A_1	5×10
A_2	10×3
A_3	3×12
A_4	12×5
A_5	5×50
A_6	50×6

Tabela 1: Dimensões das matrizes de entrada.

Após a execução do algoritmo MATRIX-CHAIN-ORDER sobre a sequência de dimensões dada, as tabelas m e s ficam preenchidas conforme a figura 1.

Seja p_x uma dimensão da sequência de dimensões de entrada, onde $0 \leq x \leq n$, sendo n o número de matrizes. Na tabela m , o cálculo da posição $m[i, j]$ é feito através da fórmula:

$$m[i, j] = \min_{i \leq k < j} \{m[i, k] + m[k + 1, j] + p_{i-1}p_k p_j\} \quad (1)$$

O valor de k que minimiza a expressão (1) para uma posição $m[i, j]$ é então atribuído à posição $s[i, j]$, da tabela s .

						j						
1	2	3	4	5	6	<i>m</i>						
0	150	330	405	1655	2010	1						
	0	360	330	2430	1950	2						
		0	180	930	1770	3						
			0	3000	1860	4						
				0	1500	5						
					0	6						

					j					
2	3	4	5	6	<i>s</i>					
1	2	2	4	2	1					
	2	2	2	2	2					
		3	4	4	3					
			4	4	4					
				5	5					

Figura 1: Tabelas m e s , respectivamente, após a execução de MATRIX-CHAIN-ORDER para $n = 6$ e as matrizes da tabela 1.

Exemplo para a posição $m[2, 4]$ e sua correspondente $s[2, 4]$:

$$m[2, 4] = \min\left\{\underbrace{m[2, 2] + m[3, 4] + p_1 p_2 p_4}_{k=2}, \underbrace{m[2, 3] + m[4, 4] + p_1 p_3 p_4}_{k=3}\right\} \quad (2)$$

$$= \min\{0 + 180 + 10 \times 3 \times 5, 360 + 0 + 10 \times 12 \times 5\} \quad (3)$$

$$= \min\{330, 960\} = 330 \quad (4)$$

$$s[2, 4] = 2 \quad (5)$$

Para encontrar a parentização ótima, fazemos uso do algoritmo PRINT-OPTIMAL-PARENS, o qual utiliza a tabela s para imprimir os parênteses nas posições corretas da cadeia de matrizes dada. Isso define a ordem em que os produtos de matrizes devem ser feitos, minimizando assim o número total de multiplicações escalares.

Após a execução de PRINT-OPTIMAL-PARENS ($s, 1, 6$), a cadeia de matrizes fica da seguinte forma:

$$((A_1 A_2)((A_3 A_4)(A_5 A_6))) \quad (6)$$

o que resulta em um total de 2010 multiplicações escalares.