

# MO417 – Ata do Exercício 15.2-1

Marcos Vinícius Mussel Cirne

16 de abril de 2010

**Enunciado:** Encontre uma parentização ótima de um produto de cadeia de matrizes cuja sequência de dimensões é  $\langle 5, 10, 3, 12, 5, 50, 6 \rangle$ .

As matrizes são definidas de acordo com a tabela 1 abaixo:

<u>Matriz</u>	<u>Dimensão</u>
$A_1$	$5 \times 10$
$A_2$	$10 \times 3$
$A_3$	$3 \times 12$
$A_4$	$12 \times 5$
$A_5$	$5 \times 50$
$A_6$	$50 \times 6$

Tabela 1: Dimensões das matrizes de entrada.

Após a execução do algoritmo MATRIX-CHAIN-ORDER sobre a sequência de dimensões dada, as tabelas  $m$  e  $s$  ficam preenchidas conforme a figura 1.

Seja  $p_x$  uma dimensão da sequência de dimensões de entrada, onde  $0 \leq x \leq n$ , sendo  $n$  o número de matrizes. Na tabela  $m$ , o cálculo da posição  $m[i, j]$  é feito através da fórmula:

$$m[i, j] = \min_{i \leq k < j} \{m[i, k] + m[k + 1, j] + p_{i-1}p_kp_j\} \quad (1)$$

O valor de  $k$  que minimiza a expressão (1) para uma posição  $m[i, j]$  é então atribuído à posição  $s[i, j]$ , da tabela  $s$ .

						j						
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<i>m</i>						
0	150	330	405	1655	2010	<b>1</b>						
	0	360	330	2430	1950	<b>2</b>						
		0	180	930	1770	<b>3</b>						
			0	3000	1860	<b>4</b>						
				0	1500	<b>5</b>						
					0	<b>6</b>						

					j					
<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<i>s</i>					
1	2	2	4	2	<b>1</b>					
	2	2	2	2	<b>2</b>					
		3	4	4	<b>3</b>					
			4	4	<b>4</b>					
				5	<b>5</b>					

Figura 1: Tabelas  $m$  e  $s$ , respectivamente, após a execução de MATRIX-CHAIN-ORDER para  $n = 6$  e as matrizes da tabela 1.

Exemplo para a posição  $m[2, 4]$  e sua correspondente  $s[2, 4]$ :

$$m[2, 4] = \min\left\{\underbrace{m[2, 2] + m[3, 4] + p_1 p_2 p_4}_{k=2}, \underbrace{m[2, 3] + m[4, 4] + p_1 p_3 p_4}_{k=3}\right\} \quad (2)$$

$$= \min\{0 + 180 + 10 \times 3 \times 5, 360 + 0 + 10 \times 12 \times 5\} \quad (3)$$

$$= \min\{330, 960\} = 330 \quad (4)$$

$$s[2, 4] = 2 \quad (5)$$

Para encontrar a parentização ótima, fazemos uso do algoritmo PRINT-OPTIMAL-PARENS, o qual utiliza a tabela  $s$  para imprimir os parênteses nas posições corretas da cadeia de matrizes dada. Isso define a ordem em que os produtos de matrizes devem ser feitos, minimizando assim o número total de multiplicações escalares.

Após a execução de PRINT-OPTIMAL-PARENS ( $s, 1, 6$ ), a cadeia de matrizes fica da seguinte forma:

$$((A_1 A_2)((A_3 A_4)(A_5 A_6))) \quad (6)$$

o que resulta em um total de 2010 multiplicações escalares.