

# MO417 - Ata de exercício (13.1-2)

Matheus Silva Mota - RA100604  
28 de abril de 2010

## Exercício 13.1-2

### Enunciado

Desenhe a árvore vermelho-preto que resulta da chamada a TREE-INSERT sobre a árvore da Figura 13.1 com chave 36. Se o nó inserido for vermelho, a árvore resultante será uma árvore vermelho-preto? E se ele for preto?

### Resolução

O exercício cita uma figura e um algoritmo específico do livro [1]. A fim de facilitar o entendimento da resolução, esta ata de exercício foi dividida em duas etapas, onde primeiro apresentaremos a figura e o algoritmo necessários para resolução e, finalmente, a resolução do exercício.

#### Etapa 1: Informações necessárias para resolução do exercício

A Figura 13.1 citada no enunciado do exercício é equivalente a Figura 1, apresentada a seguir.

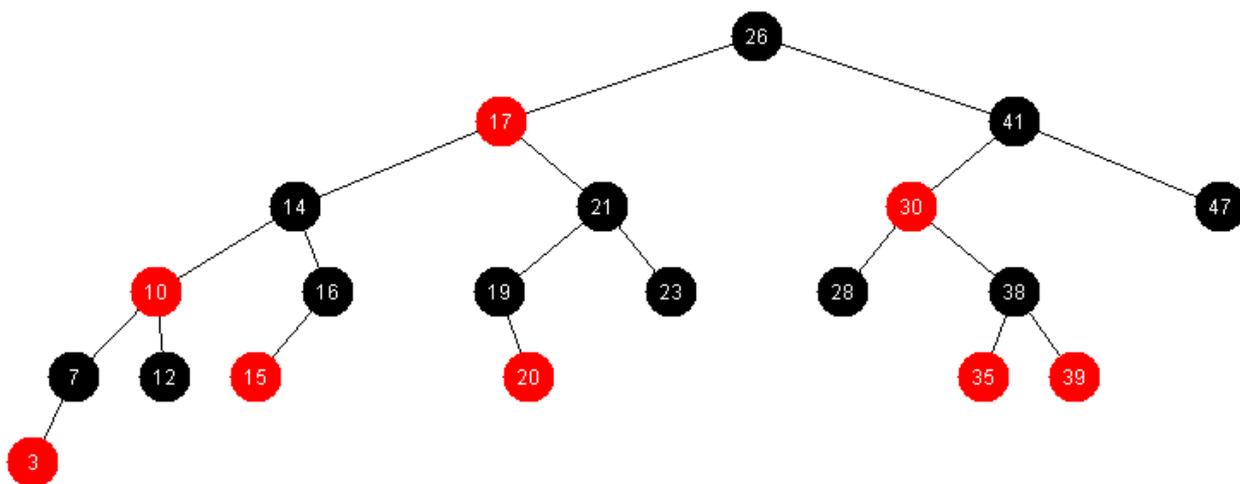


Figura 1: Árvore vermelho-preto equivalente a Figura 13.1 citada no enunciado do exercício.

O algoritmo TREE-INSERT, também citado no enunciado do exercício, é apresentado logo abaixo. O objetivo do procedimento é inserir um novo valor  $v$  em uma árvore de pesquisa binária  $T$ . Para tal, o procedimento recebe como parâmetros uma árvore binária  $T$  e um novo nó  $z$  (com  $chave[z]=v$ ,  $esquerda[z]=NIL$  e  $direita[z]=NIL$ ).

---

**Algoritmo 1** TREE-INSERT( $T, z$ )

---

```
1:  $y \leftarrow NIL$ 
2:  $x \leftarrow raiz[T]$ 
3: while  $x \neq NIL$  do
4:    $y \leftarrow x$ 
5:   if  $chave[z] < chave[x]$  then
6:      $x \leftarrow esquerda[x]$ 
7:   else
8:      $x \leftarrow direita[x]$ 
9:   end if
10: end while
11:  $p[z] \leftarrow y$ 
12: if  $y = NIL$  then
13:    $raiz[T] \leftarrow z$ 
14: else
15:   if  $chave[z] < chave[y]$  then
16:      $esquerda[y] \leftarrow z$ 
17:   else
18:      $direita[y] \leftarrow z$ 
19:   end if
20: end if
```

---

## Etapa 2: Resolução

O exercício possui duas perguntas:

1. Se o nó inserido for vermelho, a árvore resultante será uma árvore vermelho-preto?

**Resposta:** Não. A árvore vermelho-preto, após a inserção do nó  $z$  vermelho na árvore da Figura 13.1, é apresentada a seguir.

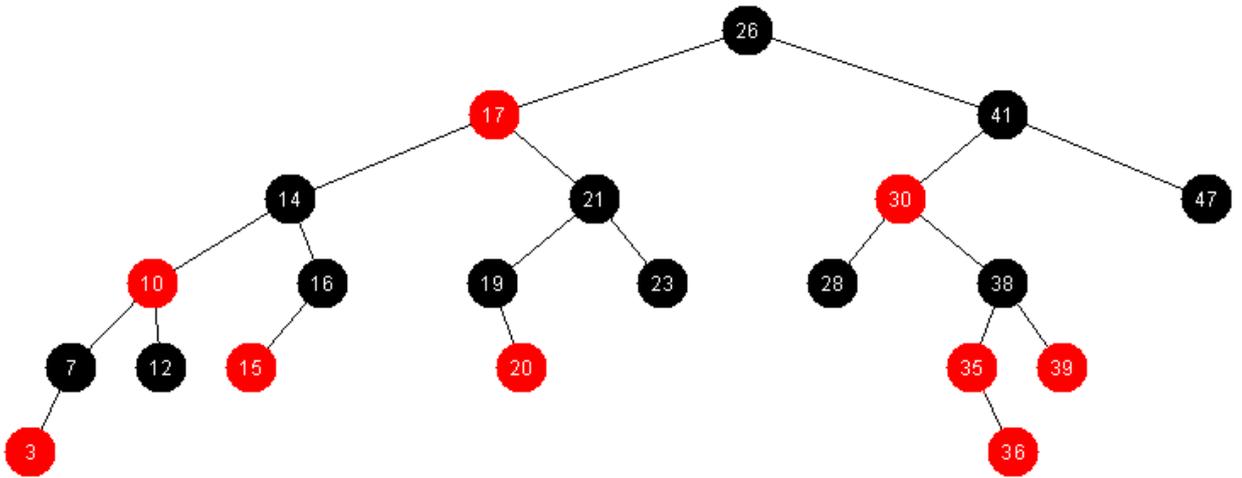


Figura 2: Árvore  $T$  após a chamada  $TREE-INSERT(T, z)$ , onde  $chave[z]=36$ ,  $esquerda[z]=NIL$ ,  $direita[z]=NIL$  e  $z$  é vermelho.

Pode-se perceber, por meio da Figura 2, que se o novo nó com  $chave=36$  assumir a cor vermelha, a propriedade 4 - que determina que todo nó vermelho deve possuir ambos os filhos pretos - é violada. Sendo assim, a árvore resultante não é uma árvore vermelho-preto.

2. E se o nó inserido for preto, a árvore resultante será uma árvore vermelho-preto?

**Resposta:** Não. A árvore vermelho-preto, após a inserção do nó  $z$  preto na árvore da Figura 13.1, é apresentada a seguir.

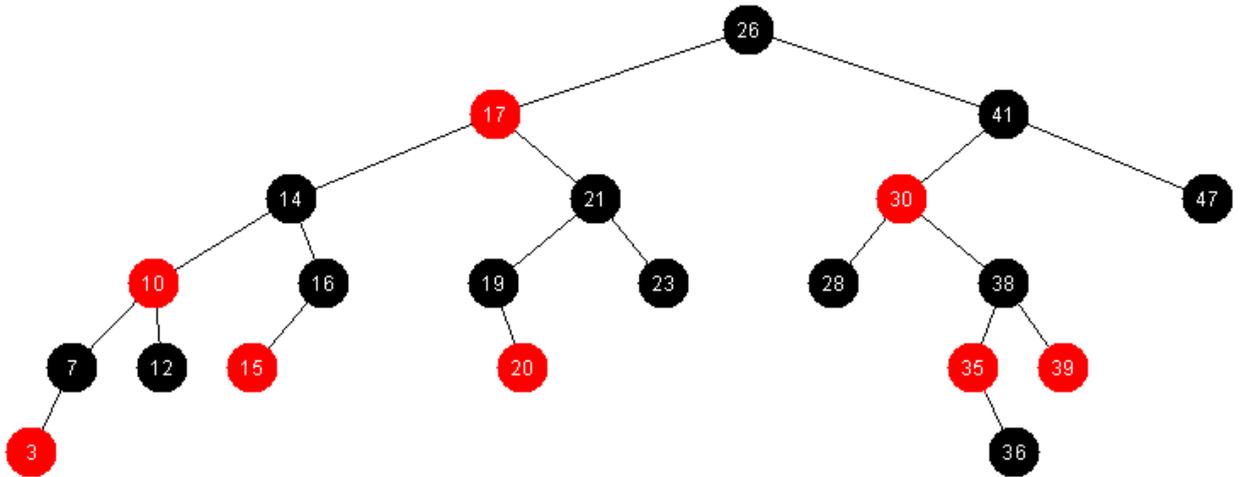


Figura 3: Árvore  $T$  após a chamada  $TREE-INSERT(T, z)$ , onde  $chave[z]=36$ ,  $esquerda[z]=NIL$ ,  $direita[z]=NIL$  e  $z$  é preto.

Pode-se perceber, através da Figura 3, que se o novo nó com  $chave=36$  assumir a cor preta, a propriedade 5 - que determina que para cada nó, todos os caminhos desde um nó até as folhas descendentes contêm o mesmo número de nós pretos - é violada. Sendo assim, a árvore resultante não é uma árvore vermelho-preto.

## Referências

- [1] CORMEN, T. H., LEISERSON, C. E., RIVEST, R. L., AND STEIN, C. *Algoritmos: Teoria e Prática*, 2 ed. Tradução da Segunda Edição Americana, 2002.