Ata do Problema 4-4 i

Jefferson Luiz Moisés da Silveira. RA: 089044

20 de Maio de 2009

4-4 i) Dê o limite assintótico superior e inferior para *T(n)* na recorrência abaixo. Assuma que *T(n)* é constante para n suficientemente pequeno. Faça com que seu limite seja o mais justo possível. Justifique sua resposta.

$$T(n) = T(n-2) + 2\lg n$$

Resolvendo a recorrência, chega-se à seguinte série:

$$\begin{aligned} T(n) &= 2\lg(n) + 2\lg(n-2) + T(n-4) \\ &= 2\lg(n) + 2\lg(n-2) + 2\lg(n-4) + T(n-6) \\ &= 2\lg(n) + 2\lg(n-2) + 2\lg(n-4) + 2\lg(n-6) + \ldots + T(1) \end{aligned}$$

Visualizando a série como uma árvore, pode-se então extrair as seguintes informações:

$$\begin{aligned} Altura &= \frac{n-1}{2} \\ Custopornivel &= 2\lg(n-2i) \\ Custototal &= \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} 2\lg(n-2i) \\ &\leq \sum_{i=0}^{\frac{n-1}{2}} 2\lg(n) \\ &= O(n\lg n) \end{aligned}$$

Supondo n par:

$$
\begin{aligned}
T(n) &= 2\lg n + 2\lg(n-2) + \ldots + 2 \\
&= 2(\lg n + \lg(n-2) + \ldots + 2) \\
&= 2\lg((n)(n-2)\ldots 2)
\end{aligned}
$$

dividindo e multiplicando todos os $n/2$ fatores por 2.

$$
\begin{aligned}
T(n) &= 2\lg\left(2^{\frac{n}{2}}\left(\frac{n}{2}\right)!\right) \\
&= 2\left[\frac{n}{2} + \lg\left(\frac{n}{2}\right)!\right] \\
&= 2\left[\frac{n}{2} + \Theta\left(\left(\frac{n}{2}\right)\lg\frac{n}{2}\right)\right] \\
&= n + \Theta(n\lg n) \\
&= \Theta(n\lg n)
\end{aligned}
$$