

MO417 - Ata de Resolução - Problema 4-4 f.

Redator: Ivo Kenji Koga

27 de março de 2009

4-4 Outros Exemplos de recorrência

Forneça outros limites assintóticos superiores e inferiores para $T(n)$ em cada uma das recorrências a seguir. Suponha que $T(n)$ seja constante para n suficientemente pequeno. Torne seus limites tão restritos quanto possível e justifique suas respostas.

f. $T(n) = T(n/2) + T(n/4) + T(n/8) + n.$

Solução:

Temos que: $T(n) = O(n) \rightarrow T(n) \leq c \cdot n$

Assim:

$$T(n) \leq c \cdot \frac{n}{2} + c \cdot \frac{n}{4} + c \cdot \frac{n}{8} + n \quad (1)$$

$$T(n) \leq \left(\frac{7c}{8} + 1\right)n$$

$$(7c + 8)n \leq cn$$

$$c \geq (7c + 8)$$

para $c \geq 8$, substituindo o valor de c em (1), temos:

$$T(n) \leq 8 \cdot \frac{n}{2} + 8 \cdot \frac{n}{4} + 8 \cdot \frac{n}{8} + n$$

$$T(n) \leq 4n + 2n + n + n = 8 \cdot n$$

$$T(n) \leq 8 \cdot n$$

Levando ao resultado: $T(n) = O(n)$