

MO417 – Ata do problema 24-1(c)

José Vieira Maciel Borges

Respondido por Renato Hirata em 28/05/2009

Enunciado:

24-1 Aperfeiçoamento de Yen para Bellman-Ford

Suponha que façamos a ordenação dos relaxamentos de arestas em cada passagem do algoritmo de Bellman-Ford como a seguir. Antes da primeira passagem, atribuímos uma ordem linear arbitrária $v_1, v_2, \dots, v_{|V|}$ aos vértices do grafo de entrada $G = (V, E)$. Em seguida, particionamos o conjunto de arestas E em $E_f \cup E_b$, onde $E_f = \{(v_i, v_j) \in E : i < j\}$ e $E_b = \{(v_i, v_j) \in E : i > j\}$. (Suponha que G não contém nenhum autoloop, de forma que toda aresta está em E_f ou E_b .) Defina $G_f = (V, E_f)$ e $G_b = (V, E_b)$.

- a. Prove que G_f é acíclico com ordenação topológica $\langle v_1, v_2, \dots, v_{|V|} \rangle$ e que G_b é acíclico com ordenação topológica $\langle v_{|V|}, v_{|V|-1}, \dots, v_1 \rangle$.

Suponha que implementamos cada passagem do algoritmo de Bellman-Ford da maneira descrita a seguir. Visitamos cada vértice na ordem $v_1, v_2, \dots, v_{|V|}$, relaxando as arestas de E_f que deixam o vértice. Depois, visitamos cada vértice na ordem $v_{|V|}, v_{|V|-1}, \dots, v_1$, relaxando as arestas de E_b que deixam o vértice.

- b. Prove que, com esse esquema, se G não contém nenhum ciclo de peso negativo que seja acessível a partir do vértice de origem s , então após apenas $\lceil |V|/2 \rceil$ passagens sobre as arestas, $d[v] = \delta(s, v)$ para todos os vértices $v \in V$.
- c. Esse esquema melhora o tempo de execução assintótico do algoritmo de Bellman-Ford?

Resposta:

Não melhora, pois apesar deste esquema diminuir pela metade o tempo de execução do algoritmo Bellman-Ford, ambos continuam tendo a mesma ordem: $O(VE)$.