

## MO417 – Complexidade de Algoritmos

Ata do exercício 23.2-8

Solução apresentada no dia 23/05/2009

Redator: Gabriel de Souza Fedel

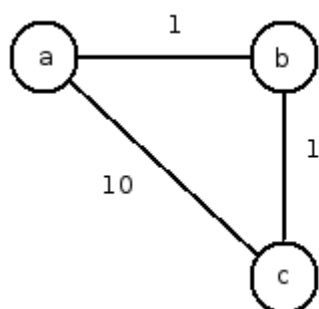
Enunciado:

O professor Toole propõe um novo algoritmo de dividir e conquistar para calcular árvores espalhadas mínimas, que apresentamos a seguir. Dado um grafo  $G = (V, E)$ , particione o conjunto  $V$  de vértices em dois conjuntos  $V_1$  e  $V_2$ , tais que  $|V_1|$  e  $|V_2|$  sejam diferentes por no máximo 1. Seja  $E_1$  o conjunto de arestas incidentes apenas em vértices de  $V_1$ , e seja  $E_2$  o conjunto de arestas incidentes apenas em vértices  $V_2$ . Resolva recursivamente um problema de árvore espalhada mínima sobre cada um dos dois subgrafos  $G_1 = (V_1, E_1)$  e  $G_2 = (V_2, E_2)$ . Finalmente, selecione a aresta de peso mínimo em  $E$  que cruze o corte  $(V_1, V_2)$  e use essa aresta para unir as duas árvores espalhadas mínimas resultantes em um única árvore espalhada.

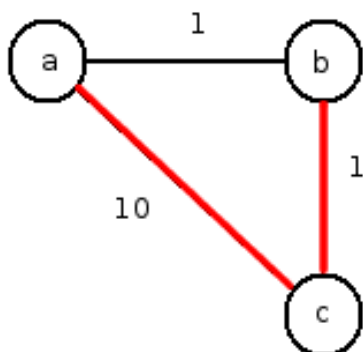
Demonstre que o algoritmo calcula corretamente uma árvore espalhada mínima em  $G$ , ou forneça um exemplo para o qual o algoritmo não funciona.

**Solução:**

O primeiro exemplo fornecido foi o seguinte:

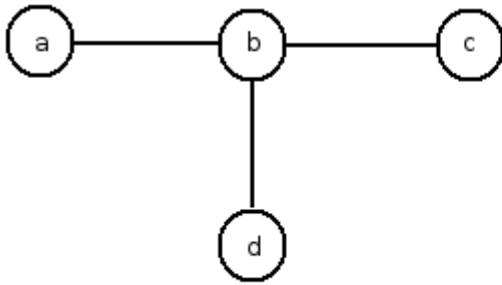


Neste exemplo, o resultado obtido pelo algoritmo do professor Toole caso o primeiro corte ocorresse separando os vértices a e c do vértice b seria:



Que não é a árvore espalhada mínima para o grafo apresentado.

Também foi apresentado um segundo exemplo, abaixo:



Neste exemplo, independente da ordem de corte ele nunca encontraria uma árvore que conectasse todos os vértices (independente dos pesos das arestas).