

MO417 – Complexidade de Algoritmos

Ata do exercício 23.2-8

Solução apresentada no dia 23/05/2009

Redator: Gabriel de Souza Fedel

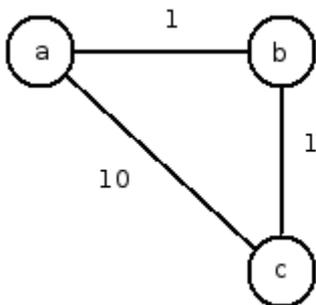
Enunciado:

O professor Toole propõe um novo algoritmo de dividir e conquistar para calcular árvores espalhadas mínimas, que apresentamos a seguir. Dado um grafo $G = (V, E)$, particione o conjunto V de vértices em dois conjuntos V_1 e V_2 , tais que $|V_1|$ e $|V_2|$ sejam diferentes por no máximo 1. Seja E_1 o conjunto de arestas incidentes apenas em vértices de V_1 , e seja E_2 o conjunto de arestas incidentes apenas em vértices V_2 . Resolva recursivamente um problema de árvore espalhada mínima sobre cada um dos dois subgrafos $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$. Finalmente, selecione a aresta de peso mínimo em E que cruze o corte (V_1, V_2) e use essa aresta para unir as duas árvores espalhadas mínimas resultantes em um única árvore espalhada.

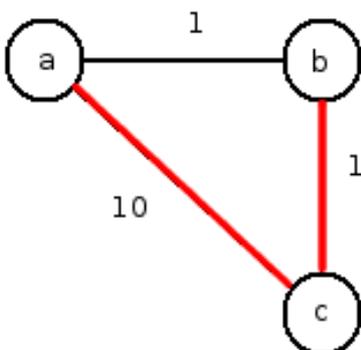
Demonstre que o algoritmo calcula corretamente uma árvore espalhada mínima em G , ou forneça um exemplo para o qual o algoritmo não funciona.

Solução:

O primeiro exemplo fornecido foi o seguinte:

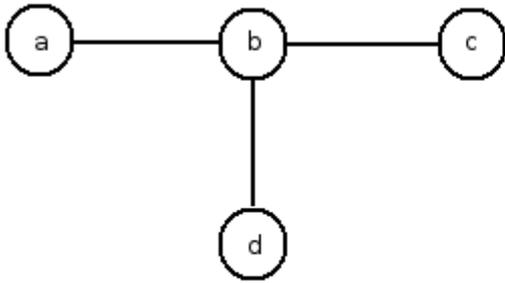


Neste exemplo, o resultado obtido pelo algoritmo do professor Toole caso o primeiro corte ocorresse separando os vértices a e c do vértice b seria:



Que não é a árvore espalhada mínima para o grafo apresentado.

Também foi apresentado um segundo exemplo, abaixo:



Neste exemplo, independente da ordem de corte ele nunca encontraria uma árvore que conectasse todos os vértices (independente dos pesos das arestas).