

MO417 – Ata Referente ao Exercício 18.2-6

Aula de 05/05/2009, 3ª feira

Fonte: Livro “Algoritmos, Teoria e Prática - Tradução da 2ª edição americana”, página 360.
Capítulo 18 – Árvores B.

Enunciado do Exercício 18.2-6:

Suponha que *B-TREE-SEARCH* seja implementado para usar a pesquisa binária em lugar da pesquisa linear dentro de cada nó. Mostre que isso torna o tempo de CPU necessário igual a $O(\lg n)$, independentemente do modo como t poderia ser escolhido como uma função de n .

Resolução:

Considerando x o nó de uma árvore B, cujo número de chaves é denotado por $n[x]$, com $n[x] < 2t$, com $t \geq 2$, onde $2t$ corresponde à quantidade máxima de filhos que o nó x pode possuir, temos que a altura h de uma árvore B é definida como:

$$\log_t n$$

Então, o custo de CPU em uma busca linear é definida como $O(t * h)$. Aplicando tais relações a uma árvore B com busca binária, temos:

$$\begin{aligned} O(\lg(n[x])) &\implies O(\lg t) \\ O(\lg t \times \log_t n) &= O\left(\lg t \times \frac{\lg n}{\lg t}\right) = O(\lg n), \text{ onde} \\ O &= O \text{ (limite superior assintótico)} \end{aligned}$$

Isto prova que a busca binária em árvores B produz um limite assintótico superior $O(\lg n)$.

Redatora: Gabriela Batista Leão.