

MO417 – Ata do Exercício 15.3-5

Guilherme Moraes Armigliatto

Resolvido na aula de 14/04/2009, por Nelson Luiz Geromel

Enunciado:

Como está anunciado, em programação dinâmica primeiro resolvemos os subproblemas e depois escolhermos qual deles utilizar em uma solução ótima para o problema. A professora Capulet afirma que nem sempre é necessário resolver todos os subproblemas a fim de encontrar uma solução ótima. Ela sugere que uma solução ótima para o problema de multiplicação de cadeias de matrizes pode ser encontrada escolhendo-se sempre a matriz A_k na qual será dividido o subproduto $A_i A_{i+1} \dots A_j$ (selecionando-se K para minimizar a quantidade $p_{i-1}p_k p_j$) antes de resolver os subproblemas. Encontre uma instância do problema de multiplicação de cadeias de matrizes para a qual essa abordagem gulosa produz um solução não ótima.

Resolução:

A idéia da professora Capulet é resolver o problema utilizando um método guloso para minimizar quantidade de multiplicações escalares de matrizes. As matrizes utilizadas neste exemplo foram as da figura 15.3, a seguir.

Matriz	Dimensão
A_1	30 X 35
A_2	35 X 15
A_3	15 X 5
A_4	5 X 10
A_5	10 X 20
A_6	20 X 25

Devemos então achar uma matriz A_k , de modo que o k seja o elemento que minimiza a quantidade de multiplicações escalares no conjunto, dividindo-o em dois subproblemas. Repetimos este mesmo processo para cada subconjunto até que estes não possam ser mais divididos. No final, somamos a quantidade de multiplicações.

Para achar o valor de K , multiplicamos os elementos das pontas com um elemento do meio e escolhemos o elemento cuja multiplicação de o menor valor:

$$P_0 \times P_1 \times P_6 = 30 \times 35 \times 25 = 26250$$

$$P_0 \times P_2 \times P_6 = 30 \times 15 \times 25 = 11250$$

$$P_0 \times P_3 \times P_6 = 30 \times 5 \times 25 = 3750 \quad k=3 \rightarrow \text{dividindo o conjunto em 2 partes}$$

$$P_0 \times P_4 \times P_6 = 30 \times 10 \times 25 = 7500$$

$$P_0 \times P_5 \times P_6 = 15000$$

1ª parte (A_1, A_2, A_3)

$$P_0 \times P_1 \times P_3 = 5250$$

$$P_0 \times P_2 \times P_3 = 2250 \quad k=2$$

2ª parte (A_4, A_5, A_6)

$$P_4 \times P_5 \times P_6 = 2500 \quad k=5$$

O resultado final será: $((A_1 A_2) A_3) ((A_4 A_5) A_6)$

Observe que não foi preciso calcular $A_1 \times A_2$ e nem $A_4 \times A_5$. Pois, só sobraram eles na cadeia de parenteses, ou seja, não é necessário colocar mais parenteses entre eles. Somando tudo, o resultado do algoritmo guloso será 25250, mais do que os 15125 da programação dinâmica.