MO405 - Teoria dos grafos

Algoritmo de Dijkstra para encontrar caminhos mínimos Lucas de Oliveira

30 - Março - 2012

Considere a situação onde temos um grafo G=(V,E) sendo V e E, respectivamente, o conjunto de vértices e arestas do grafo. Além disso, também temos pesos atribuídos às arestas do grafo pela função $peso: E \to \mathbb{R}_+$. Neste contexto, queremos encontrar caminhos mínimos, em termos dos pesos das arestas, que vão de v até os demais vértices do grafo. O algoritmo abaixo apresenta uma solução para este problema desenvolvida por Edsger Dijkstra em 1956. No algoritmo considere que o conjunto V seja formado pelos números inteiros no intervalo [1,n] onde n é o total de vértices no conjunto. Denotamos o conjunto dos vértices adjacentes ao vértice v por N(v). É importante ressaltar também que utilizamos uma fila de prioridade f que possui os métodos insere, decrescePrioridade, tamanho e retiraMínimo. O nome de cada método esclarece a operação realizada por ele, sendo que nos métodos insere e descrecePrioridade são fornecidos dois parâmetros que são o vértice e sua (nova) prioridade na fila, respectivamente.

Entrada: Um grafo G e um vértice v.

Saída: Um vetor d de distâncias mínimas de v para os demais vértices, e um vetor p representando uma árvore de caminhos mínimos de v até os demais vértices.

```
Vetor d[1..n], p[1..n];
FilaPrioridade f;
para i \leftarrow 1 até n faça
 d[i] \leftarrow \infty;
\mathbf{fim}
d[v] \leftarrow 0;
f.insere(v, d[v]);
enquanto f.tamanho() > 0 faça
    u \leftarrow f.minimo();
    para cada w \in N(u) faça
         se d[w] > d[u] + peso(uw) então
              se d[w] = \infty então
                f.insere(w, d[w]);
              \begin{split} d[w] &\leftarrow d[u] + peso(uw); \\ p[w] &\leftarrow u; \\ f.decresce(w, d[w]); \end{split}
         fim
     fim
```

 $_{\text{fim}}$

Algorithm 1: Algoritmo de Dijkstra para encontrar caminhos mínimos.

Nos anexos é apresentada uma implementação deste algoritmo feita na linguagem Java pela aluna Juliana M. Destro.