

# MO405 - Teoria de Grafos

## Ata do exercício 5.3.18

Zhenlei Ji

12/05/2012

### Resolução:

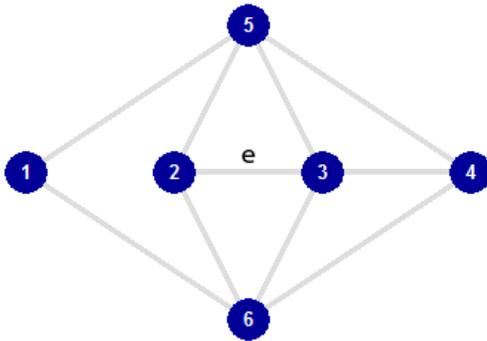


Figura 1: Grafo  $G_1$

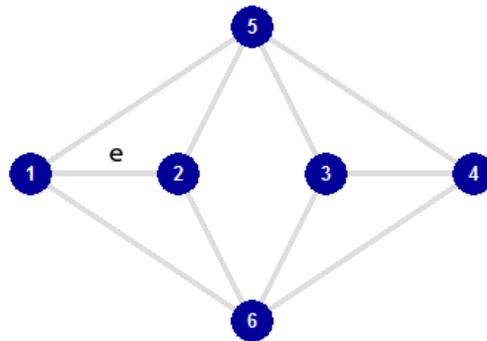


Figura 2: Grafo  $G_2$

a)  $X(G_1, k) = X(G_2, k)$

Prova:

Usando a **recorrência cromática** em cada um dos grafos acima na aresta  $e$ , o polinômio cromático do grafo é igual à diferença do polinômio cromático dos dois grafos abaixo.

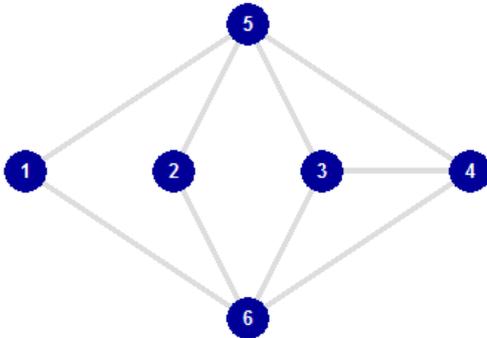


Figura 3: Grafo  $G_1-e$  ou  $G_2-e$

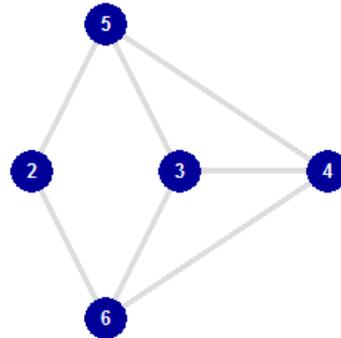


Figura 4: Grafo  $G_1.e$  ou  $G_2.e$

Logo:

$$X(G_1, k) = X(G_1-e, k) - X(G_1.e, k) = X(G_2-e, k) - X(G_2.e, k) = X(G_2, k)$$

b) Seja  $G$  o grafo  $G_1$  ou  $G_2$ . O polinômio cromático do grafo  $G$  pode ser expresso como a soma do polinômio cromático dos dois grafos cordais abaixo:

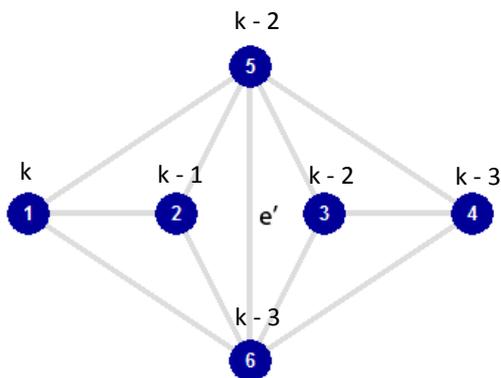


Figura 5: Grafo  $G'$

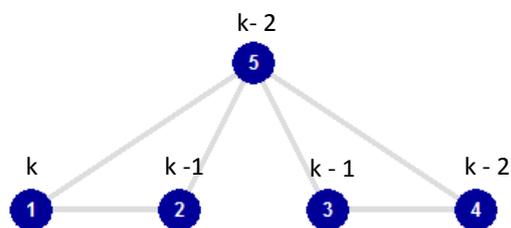


Figura 6: Grafo  $G'.e'$

Para cada grafo, o polinômio cromático é o produto linear dos fatores decorrentes do reverso da eliminação ordenada simplicial. Então:

$$\begin{aligned}
 X(G, k) &= X(G'.e', k) = X(G', k) + X(G'.e', k) \\
 &= k(k-1)(k-2)^2(k-3)^2 + k(k-1)^2(k-2)^2 \\
 &= k(k-1)(k-2)^2(k^2 - 5k + 8)
 \end{aligned}$$