

**MO405 - Teoria dos grafos**  
**Resolução da questão 1.3.36**  
**Lucas de Oliveira**  
**18 - Março - 2012**

Considere os subgrafos  $G'1$ ,  $G'2$ ,  $G'3$  e  $G'4$  dados na figura abaixo. Vamos reconstruir  $G$  inserindo um vértice em  $G'1$ . Este mesmo vértice está presente nos três outros subgrafos. Em nenhum destes subgrafos temos arestas paralelas, então o novo vértice tem grau máximo três (considere  $G'$ ). Como em  $G'2$  todos os vértices tem grau dois sabemos que o novo vértice tem pelo menos grau dois. Se o novo vértice for ligado a cada um dos outros vértices no primeiro subgrafo, haveria um ciclo de tamanho três em todos os demais subgrafos, o que não ocorre em  $G'3$  e  $G'4$ . Portanto, por eliminação concluímos que este vértice possui grau dois. Note que não faz diferença em quais vértices ele será ligado no primeiro subgrafo, pois todos os grafos resultantes são isomorfos.

