Algoritmos

O que são?

- Algoritmo é uma receita para resolução de um problema.

- Exemplo:

  Problema: preparar "bifes à milanesa".

  Algoritmo: precisamos descrever a receita.

“Bife à milanesa”

1. Limpar a peça de carne.

2. Fatiar a carne em bifes.

3. Colocar farinha de rosca em um prato.

4. Bater 2 ovos em outro prato.

5. Repetir, para cada bife:

   5.1) passar cada lado do bife nos ovos;

   5.2) passar cada lado do bife na mistura de farinha;

   5.3) levar o bife à frigideira;

   5.4) aguardar dourar, virando ambas as faces;

   5.5) retirar bife e colocar sobre papel toalha até secar;

   5.6) retirar do papel toalha e juntar numa travessa.

6. Decorar a travessa com folhas de alface.

7. Servir.

Algoritmos

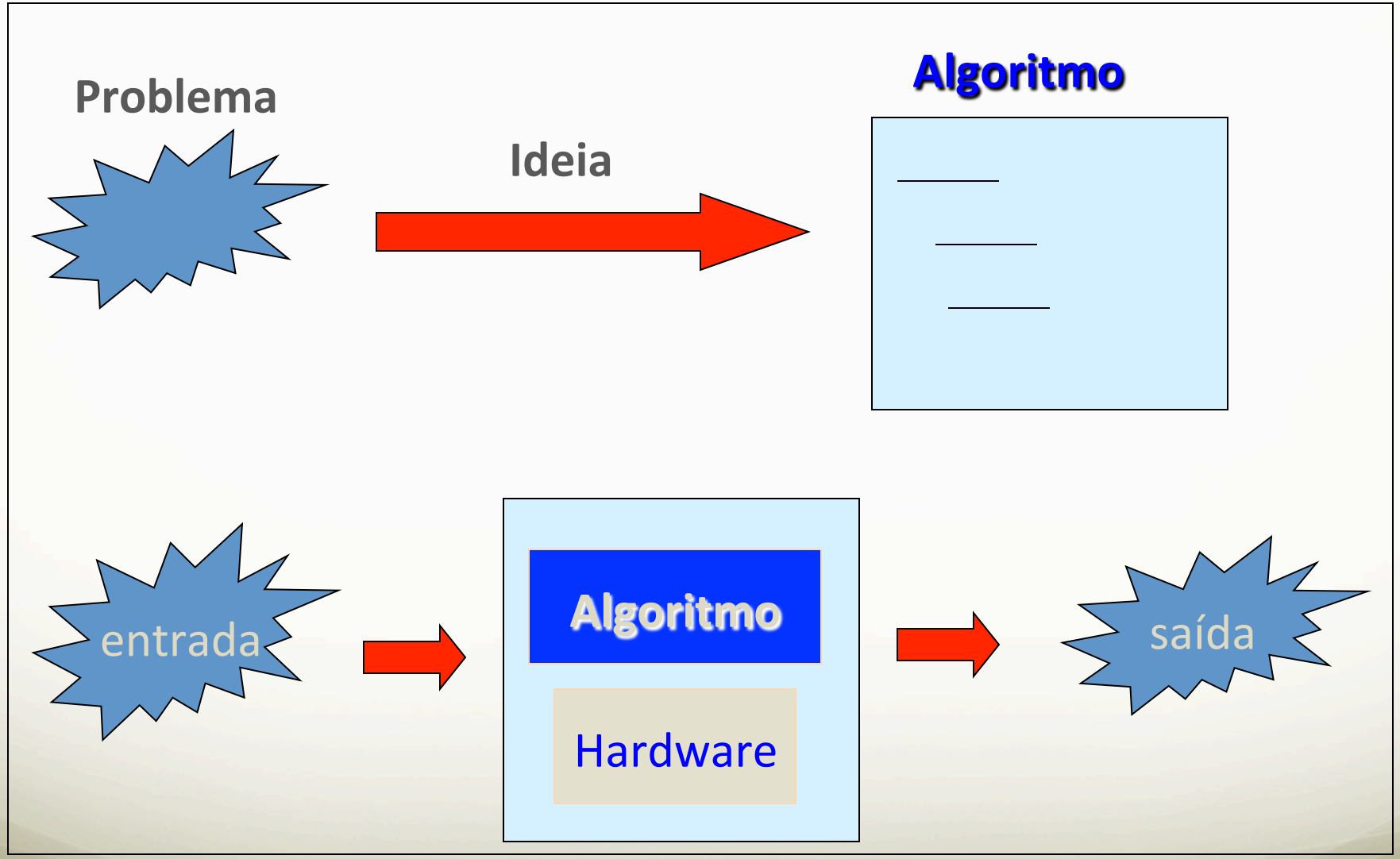
O que são?

- Objetos de "consumo" (entrada):
  - ✓ carne;
  - ✓ farinha;
  - ✓ ovos;
  - ✓ alface.
- Objetos de "apoio" (atores, executores):
  - ✓ faca;
  - ✓ travessa;
  - ✓ fogão;
  - ✓ cozinheiro.

- Objetos "produzidos" (saída):
  - ✓ Bifes.
- Objeto que "controla" o processo (receita):
  - ✓ **Algoritmo.**

Algoritmos

O que são?



Algoritmos

O que os caracteriza?

1. Algoritmo é formado por um texto finito:

é a receita dada.

Algoritmos

O que os caracteriza?

2. O texto é composto por instruções elementares:

- Elementar depende do contexto:
  - “ ... juntar dois ovos ...” é elementar para um cozinheiro;
  - “ ... substituir M por (M-N) ...” é elementar para quem domina aritmética básica;
  - “ ... se hoje você puder *provar* que a cotação do dólar vai subir 10% no próximo mês, compre $ 1.000,00 ...” não é elementar para mortais normais.

Algoritmos

O que os caracteriza?

3. O texto é uma receita metódica, passo a passo:

- Passo inicial;
- Passo final;
- Executado um passo, estabelece claramente qual é o seguinte.

Algoritmos

O que os caracteriza?

4. Ao executar:

   - partindo de **dados válidos**, deve sempre **terminar**;
   - partindo de **dados não-válidos**, pode produzir **lixo**, ou mesmo **não terminar**;
   - parte **difícil de garantir**.

Algoritmos ... e computadores

- Algoritmo:

  programa, software, ...

- Computador, HD, disquete, ... :

  hardware, executores, atores, ...

- Entrada:

  teclado, mouse, sensores, ...

- Saída:

  monitor, impressora, ...

Algoritmos ... e computadores

Características dos algoritmos como software:

1. Texto finito: todo programa tem um texto (talvez muitas linhas) finito.

2. Instruções elementares: elementares para o computador onde o software vai executar.

Dificuldades:

- Cada computador tem um **particular** conjunto de instruções básicas;
- Instruções do computador são **muito primitivas**.

Solução: escrever algoritmos em uma **linguagem de programação** (**C**, **C++**, **JAVA**, **FORTRAN**, . . .).

→ **Programa (software): texto** escrito numa particular **LP**.

Características dos algoritmos como software (cont):

3. Receita metódica:

   texto escrito numa LP é **preciso** e **sem ambiguidades**.

4. Terminação:
   1. **Grande desafio**: texto escrito numa LP **não deixa isso claro**.
   2. **Problemas** no desenvolvimento de software:
      - execução sem terminação (i.e. com “loops”);
      - termina com a solução errada ou tem interrupção abrupta.

Algoritmos ... e compilação

Um computador é uma máquina programável muito "primitiva".

- **instruções elementares** (de máquina) primitivas.
- lidam apenas com **cadeias** de "bits".
- realizam **operações muito simples** sobre essas cadeias de bits:
  - ✓ **trocar um bit** (de 0 para 1, ou de 1 para 0);
  - ✓ **armazenar na memória** uma cadeia de bits;
  - ✓ **recuperar da memória** uma cadeia de bits.

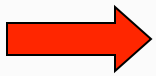
Compilação

- Processo de traduzir programas escritos em uma particular LP para código em instruções básicas de uma máquina específica.

- Tradução de LP para linguagem de máquina.
  - **Dificuldades**: processo laborioso, entediante e sujeito a erros.
  - **Solução**: Escrever um programa para fazer a tradução.

→ Esse programa é um **compilador!**

Algoritmos ... e compilação



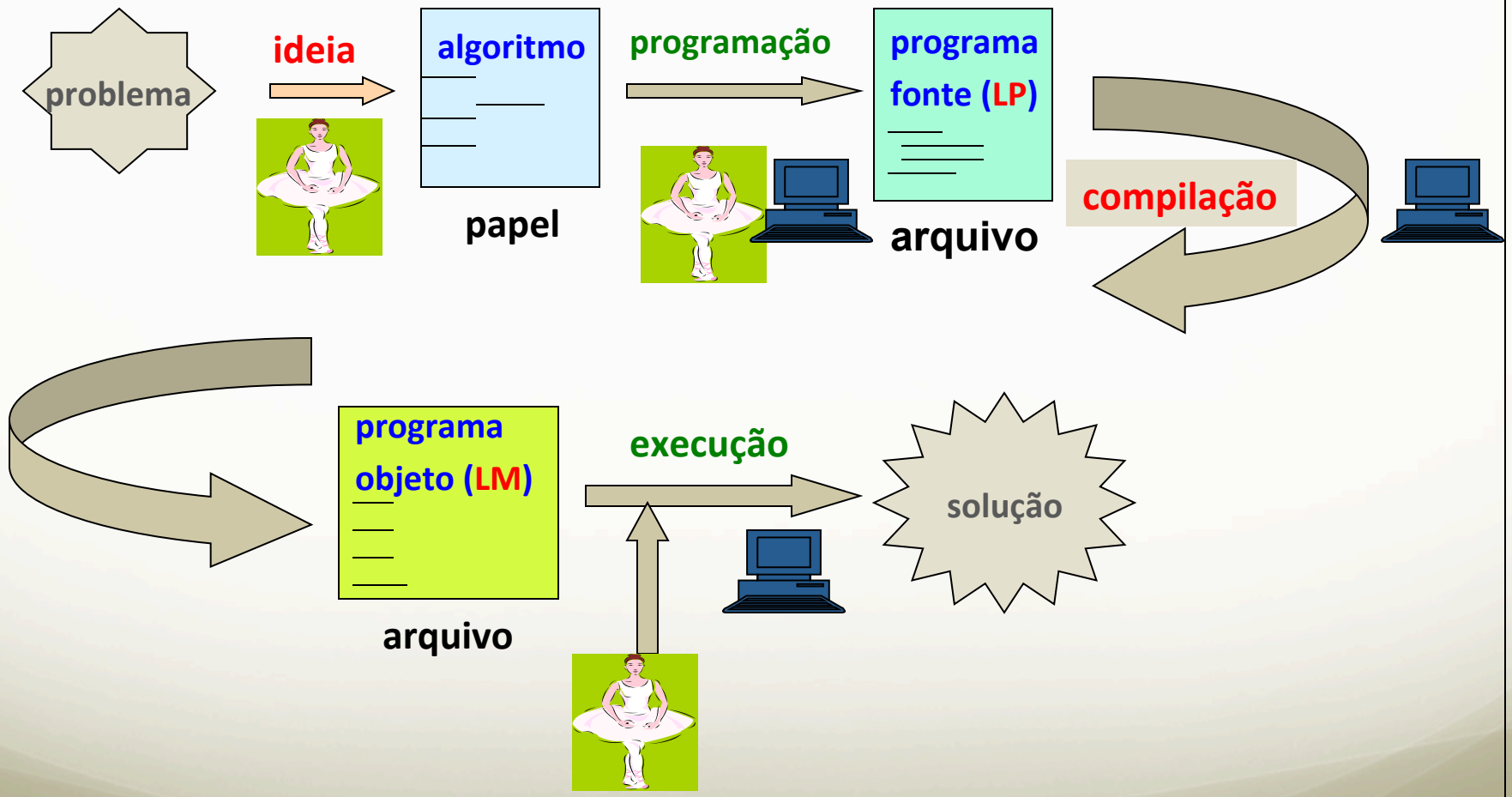
Para cada LP e cada computador (processador), é necessário um compilador específico.

Existem muitas LPs:

- FORTRAN: científica, mais antiga.
- ALGOL, **C**, PASCAL: estruturadas, generalistas.
- C++, C#, JAVA : lidam com tecnologia de objetos.
- LISP, PROLOG: voltadas para IA.
- . . . (muitas outras)

Algoritmos ... e compilação

O processo de compilação/edição/execução:



Algoritmos ... resolvendo problemas

- Entender bem o problema a ser resolvido:
  - separar dados de entrada válidos dos que não são válidos;
  - definir como será representada a solução na saída.

- Criar uma idéia para resolver o problema:
  - desenvolver o **algoritmo** (processo criativo, lápis e papel);
  - simular execução do algoritmo em casos de contorno;
  - verificar correção e término.

- Traduzir a idéia para uma LP, escrevendo um programa:
  - é restrito aos comandos e tipos de dados da LP;

- Editar/compilar/executar o programa:
  - processo iterativo para retirar erros (algoritmo e código).

Algoritmos ... correção

O algoritmo corretamente soluciona o problema?

Provar um teorema (como em matemática) mostrando que o **algoritmo é** correto.

- possível exibir uma "**prova formal**" da correção?
  - **Dificuldades:**
    - ✓ **precisão e rigor** ao descrever a **execução** do algoritmo;
    - ✓ **especificação formal** dos dados de entrada e saída.

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Questão: Dado um problema **P**, sempre haverá um **algoritmo** que resolva **P** corretamente?

- P deve ser um problema prático, fácil de enunciar:
  - ordenar um conjunto de números inteiros;
  - calcular produto de matrizes.

- Um algoritmo que resolva **P** deve funcionar corretamente em todas as (infinitas) entradas de **P**:
  - todos os conjuntos de inteiros quaisquer;
  - quaisquer duas matrizes de quaisquer dimensões compatíveis entre si.

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

A **Ciência da Computação** tem a resposta para a questão

SURPRESA !

Não! Há **problemas** para os quais **não existem** algoritmos capazes de resolvê-los corretamente.

Com mais tecnologia (computadores mais rápidos, mais memória) e dado tempo suficiente para rodar o programa, poderemos resolver esses problemas, no futuro, certo?

NÃO!

Computador nenhum vai resolver esses problemas, nem hoje, nem amanhã, nem nunca; nem aqui, nem em Marte, em lugar algum; rodando qualquer programa por quanto tempo quiser.

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Um problema indecidível (insolúvel) [Harel, "Computers Ltd."]:

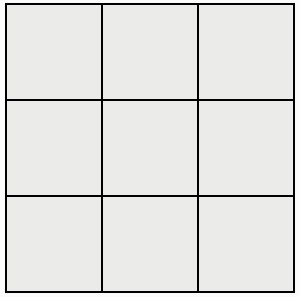
Dado um conjunto finito **T** de ladrilhos quadrados:

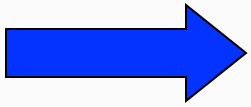
Problema: podemos ladrilhar **qualquer** grade quadrada com ladrilhos de tipo **T**, casando as cores das faces que se tocam? **SIM** ou **NÃO**?

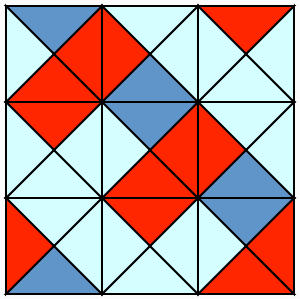
- ✓ pode usar quantos ladrilhos quiser, de cada tipo.
- ✓ os ladrilhos não podem ser girados.

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Exemplo 1:



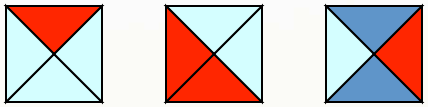


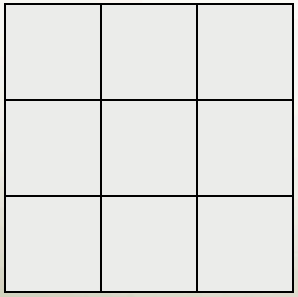


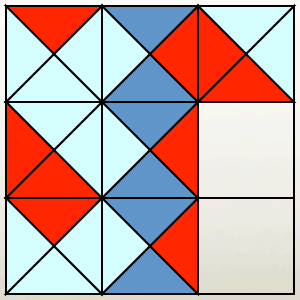
consegue para toda região do plano:

SIM!

Exemplo 2:







todas as outras possibilidades falham nessa região:

NÃO!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Problema de ladrilhar toda região do plano

NENHUM computador **JAMAIS** vai conseguir resolver esse problema, nem agora, nem nunca, nem com **QUALQUER** melhoria de tecnologia, nem com **QUALQUER** tamanho de memória, nem com **QUALQUER** tempo de execução.

Podemos demonstrar isso, matematicamente!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Um problema decidível (solúvel) [Harel, "Computers Ltd."]

Dado um conjunto finito **T** de ladrilhos quadrados:

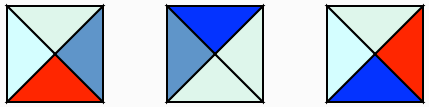
Dadas duas posições ("**I**" e "**F**") na grade infinita do plano

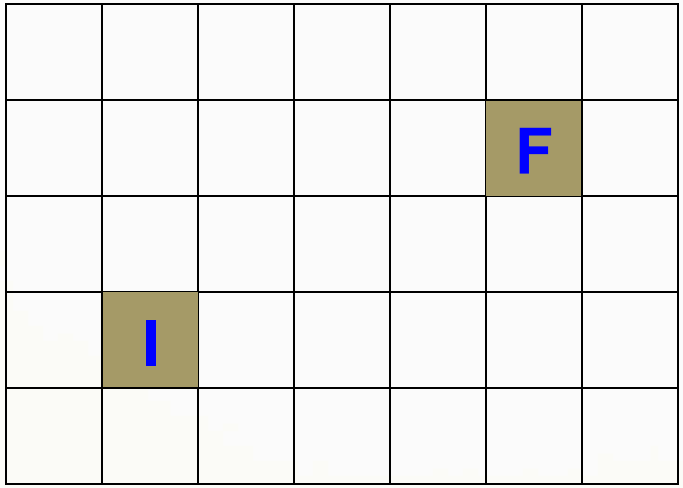
Problema: podemos ladrilhar um caminho na grade, partindo de "**I**" e chegando em "**F**", com ladrilhos de tipo **T**, e casando as cores das faces que se tocam? **SIM** ou **NÃO**?

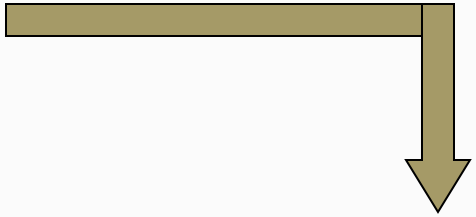
- ✓ Pode usar quantos ladrilhos quiser, de cada tipo.
- ✓ Os ladrilhos não podem ser girados.

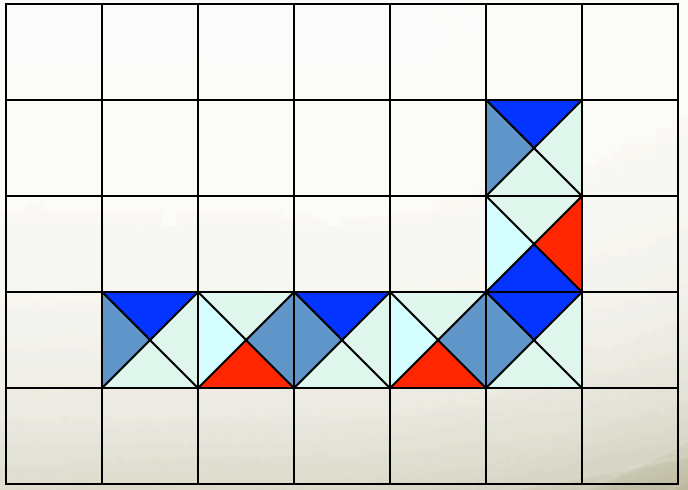
Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Exemplo:









Com **esses** ladrilhos,
com **essas** posições **I** e **F**:

SIM!

Algoritmos ... resolvem qualquer problema?

Problema de ladrilhar um caminho entre duas posições

EXISTE um **algoritmo** que **decide se há**, ou **se não há**, um caminho entre as duas posições dadas, usando ladrilhos do conjunto dado.

Podemos **exibir** o **algoritmo** e **mostrar** sua **correção** e **terminação**, não importa qual o conjunto **T** dado e não importam quais as posições **I** e **F** dadas.

Algoritmos

... adianta executá-los?

Dado um problema **P**, e conseguido um algoritmo **A** para **P**, então podemos resolver qualquer instância de **P**, com dados de entrada **E**, executando **A** sobre os dados **E**.

CORRETO?

NEM SEMPRE!

- Ao executar sobre **E**, o algoritmo **A** pode precisar de um **tempo muito longo** (anos, séculos, milhões de séculos, ...).
- Ao executar sobre **E**, o algoritmo **A** pode precisar de um **muita memória** (vários GBs, muitos milhões de GBs, ...).

Nesses casos, **A** é um algoritmo **imprestável**!

Algoritmos ... adianta executá-los?

Se **A** é um algoritmo ruim, então basta criar outro algoritmo para **P**, que seja **mais eficiente** (em tempo e/ou em memória).

CORRETO?

SURPRESA !

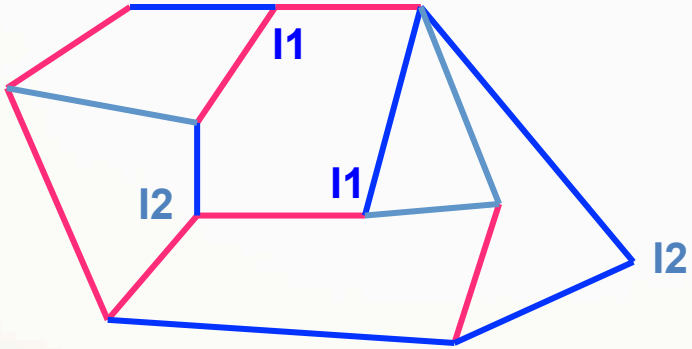
Pode ser que **não exista** um algoritmo **mais eficiente** do que **A** para resolver **P**. Talvez possamos **provar** isso matematicamente!

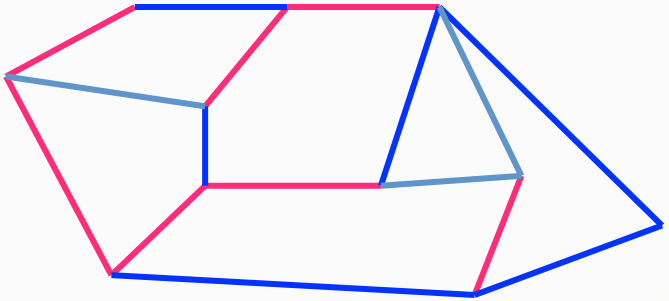
Neste caso, **P** é um problema **computável**, porém **intratável**.

Algoritmos ... adianta executá-los?

Exemplo: O jogo do bloqueio [Harel, op. cit.].

Dado um mapa rodoviário:



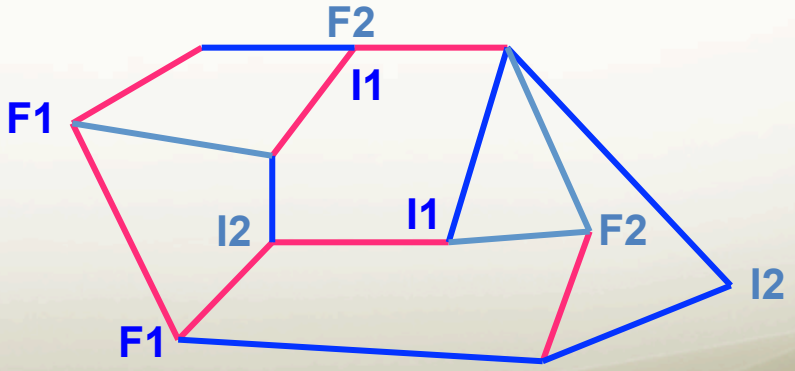


Posições iniciais de **J1** (jogador **1**): **I1**.

Posições iniciais de **J2** (jogador **2**): **I2**.

Posições finais de **J1**: **F1**.

Posições finais de **J2**: **F2**.

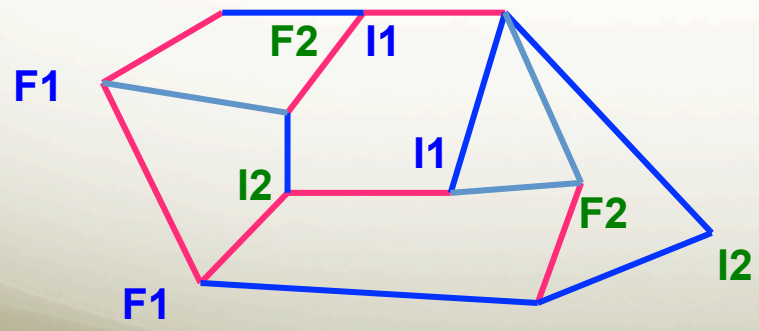


Algoritmos ... adianta executá-los?

Regras de movimentos

- **J1** inicia; depois os jogadores se alternam.
- Em um movimento, um jogador pode percorrer qualquer trecho (concatenado) de mesma cor, partindo de uma posição ocupada por si:
  - não pode passar por intersecções ocupadas (por si ou pelo adversário);
  - ponto final deve estar também desocupado.
- **Vencedor:** aquele jogador que chegar a um **ponto final** primeiro.

Problema: Será que o jogador **J1** tem uma estratégia vencedora?



Nesse mapa, nessas posições iniciais e finais:
J1 tem estratégia (seq. de movimentos) sempre **vencedora**.

Algoritmos

... adianta executá-los?

Jogo do bloqueio

Algoritmo A:

- De forma **sistemática**, tente **todas as possibilidades** de sequências alternadas de movimentos, começando com **J1.**

Possível:

- número finito de possibilidades.

Dificuldade:

- o número de possibilidades é enorme pois:
  - para cada movimento de **J1**, deve tentar todos os movimentos de **J2**;
  - para cada movimento de **J2**, deve tentar todos os movimentos de **J1**.

Algoritmos ... adianta executá-los?

Estimando o tempo de execução do algoritmo A

- Uma quantidade, ***n***, mede o "tamanho" (num. de bits na representação) da entrada:
  - ✓ por exemplo, ***n*** pode ser o número de intersecções, ou o número de vias, ou ....
- Tempo de execução:
  - ✓ dado pela contagem do número de passos elementares que **A** executa, no pior caso, para entradas de tamanho ***n***;
  - ✓ neste caso, é dado pela função $f(n) = 2^n$.

Tempo de execução do algoritmo A

Em um computador que realiza **1 milhão** de passos elementares por segundo, o tempo de execução de **A** seria:

n	10	20	50	60	100	200
f(n)=2^n	1 ms	1 s	35.7 anos	3.000 anos	+ 400 trilhões anos	num. séc. tem 45 dígitos!

Impraticável para 50 ou mais cidades!

Rodando **A** em um computador **10.000** vezes mais rápido:

n	50	60	100	200
f(n)=2^n	1,29 dias	3 anos	+ 40 bilhões séc.	num. séc. tem 41 dígitos!

Impraticável para 60 ou mais cidades - **quase nada muda**!

Algoritmos ... adianta executá-los?

Algoritmo A não é bom para o problema do bloqueio.

- Precisamos de outro algoritmo, **mais eficiente!**

- O que é um algoritmo "**eficiente**"?

  - ***n***: é o tamanho de uma entrada válida.
  - ***f(n)***: quantos passos, no máximo, **A** executa com entradas de tamanho ***n***.

Algoritmos

... adianta executá-los?

com um milhão de passos por segundo:

n / *f(n)*	10	20	50	100	200
n^2	0,1 ms	0,4ms	2,5ms	10ms	40s
n^5	0,1s	3,2s	5,2m	2,8h	3,7dias
2^n	1ms	1s	35,7anos	séculos 400 trilhões	séculos 45 dígitos
n^n	2,8s	3,3 trilhões anos	séculos 70 dígitos	séculos 185 dígitos	séculos 445 dígitos

Algoritmos ... adianta executá-los?

Tempos de execução, de pior caso:

- Polinomiais: resultam em algoritmos **eficientes**;
- Exponenciais: resultam em algoritmos **não eficientes**;

Problemas **tratáveis**: **têm** algoritmos polinomiais;

Problemas **intratáveis**: **não têm** algoritmos polinomiais;

Problema do bloqueio: é **intratável**.

Algoritmos ... nossa ignorância

Dado um problema **P**, como saber se é **tratável**?

SURPRESA!

Para **muitos** problemas de **grande interesse prático**, **não sabemos** se são tratáveis ou não!

Essa é um das **maiores questões em aberto** em Ciência da Computação!

Algoritmos ... nossa ignorância

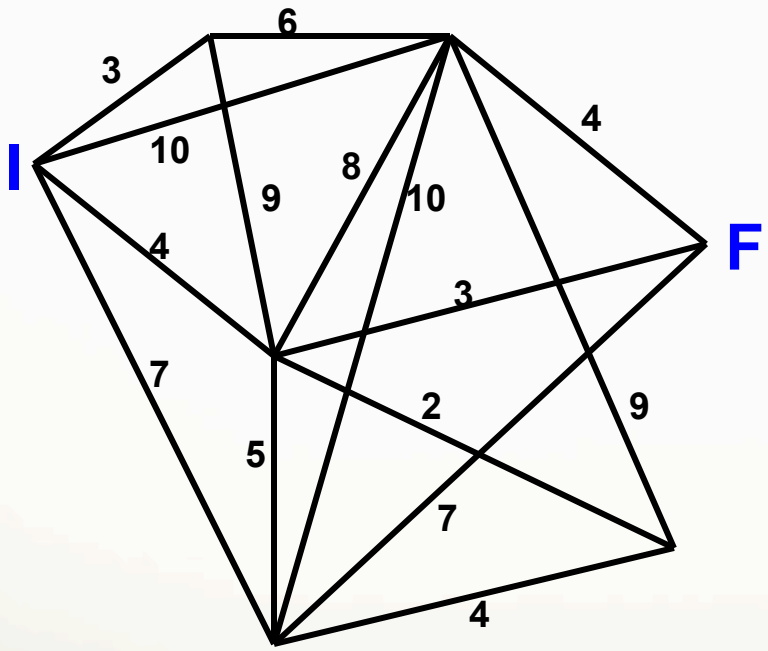
Exemplo: problema do caixeiro viajante

- **Dado**:
  - mapa de cidades, com custo de viagem entre cada par de cidades;
  - cidade de início, **I**, cidade de término, **F**;
  - um valor **K**.

- **Problema**:
  - existe rota, de **I** até **F**, visitando as cidades exatamente uma vez com custo no máximo **K**?

Algoritmos ... nossa ignorância

Instância:



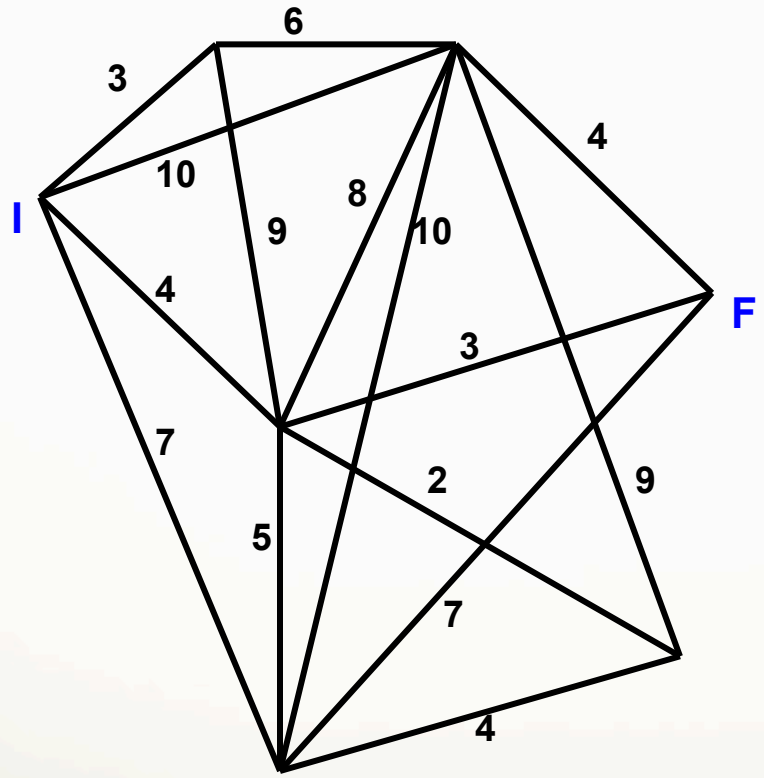
O valor máximo do percurso: **29**

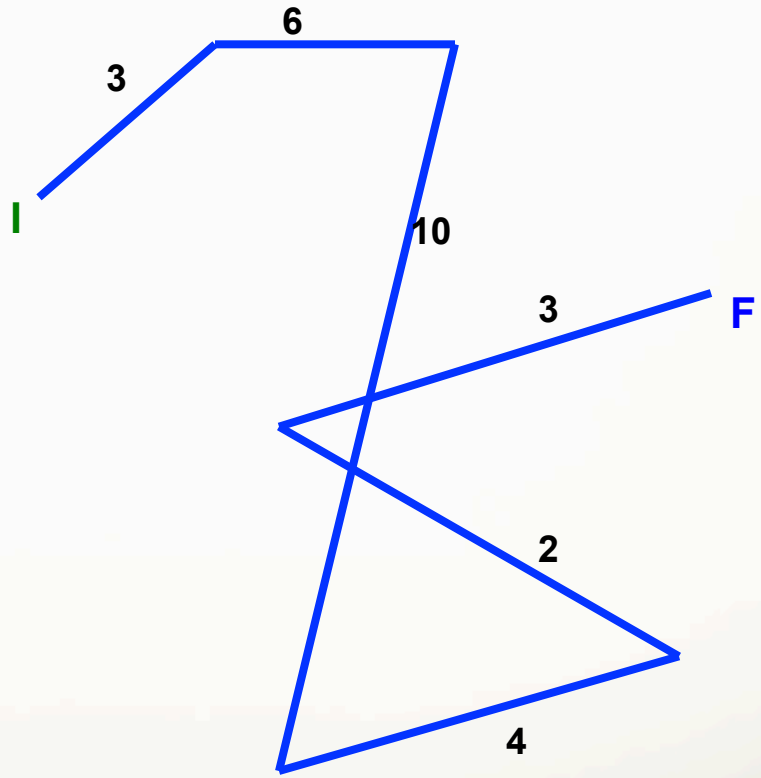
Existe um percurso?

SIM / NÃO

Algoritmos

... nossa ignorância





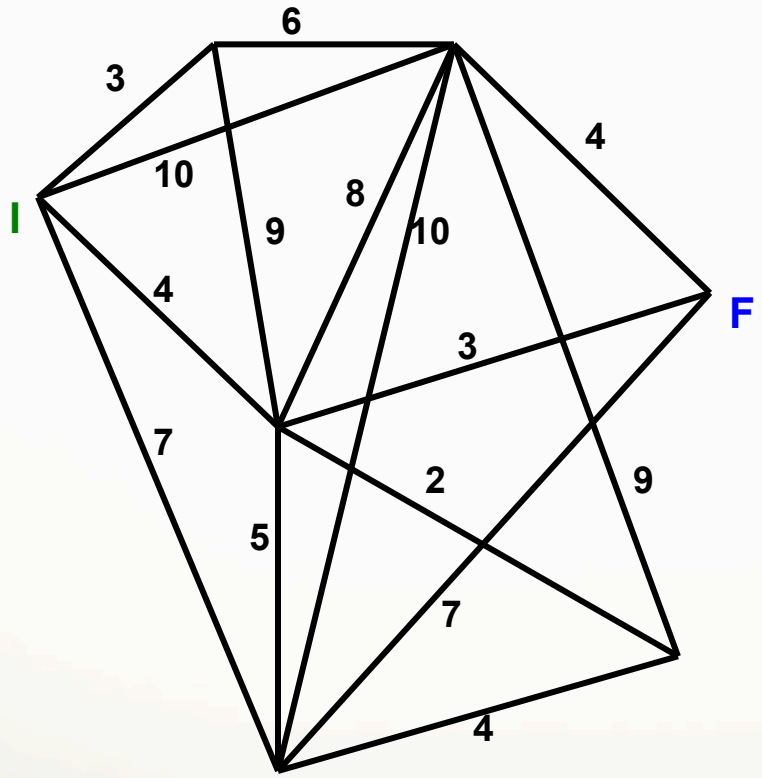
K=29

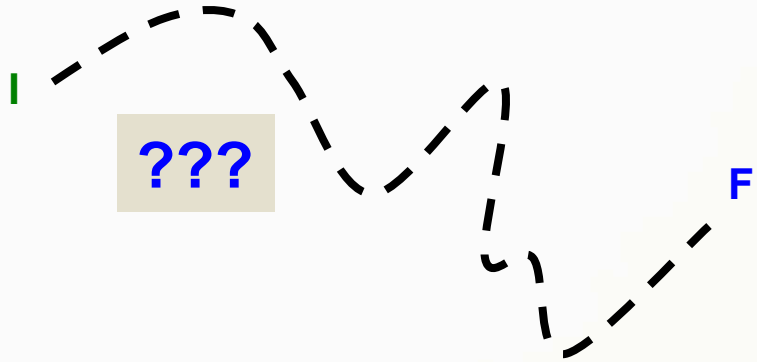
3+6+10+4+2+3 = 28

SIM

Algoritmos

... nossa ignorância





Com esse custo não é possível!

K=25

NÃO

Algoritmos

... nossa ignorância

Algoritmo para o problema do caixeiro viajante

- Partindo da posição **I**, tente todas as possibilidades que fiquem dentro do custo **K**:
  - Se achar um caminho até **F**, responda **SIM**;
  - Se não achar, responda **NÃO**.

- Número de possibilidades é **finito**,
  - algoritmo corretamente resolve o problema.

- Número de possibilidades é muito grande,
  - tempo de execução é exponencial no número de cidades.

O algoritmo é impraticável!

Problema do caixeiro viajante

Existe um algoritmo mais eficiente (polinomial no número de cidades)?

NÃO SABEMOS !

Esse é o caso de muitos outros problemas de interesse prático (classe NP).

Algoritmos ... alternativas

O que podemos fazer, por ora?

- **Uso de heurísticas:**
  - ✓ obtém "boas" soluções, sem garantia de otimalidade.
- **Algoritmos randomizados:**
  - ✓ dão a resposta correta quase sempre.
- **Algoritmos aproximativos:**
  - ✓ dão solução com garantia de proximidade da ótima.
- **Computação quântica:**
  - ✓ baseado na mecânica quântica, nova maneira de programar.
- **Computação molecular:**
  - ✓ paralelismo maciço usando reações moleculares.

. . .