

## Algoritmos Gulosos

**Questão 1.** Dado um grafo  $G$ , uma coloração é uma função que associa cada vértice a uma cor de forma que cada par de vértices adjacente tem cores associadas distintas. Suponha que um grafo planar  $G$  pode ser colorido usando  $k$  cores.

- (a) Mostre que um grafo planar tem um vértice com grau no máximo 5. Para isso, use teorema de Euler, que afirma que  $|E(G)| = |V(G)| + |F(G)| - 2$ , onde  $F$  é o número de faces.
- (b) Considere o seguinte algoritmo, que recebe uma sequência de vértices  $S = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ .

**COLORIRSEQUÊNCIA( $G, S$ ):**

- 1  $c(v_1) \leftarrow 1$
- 2 **para cada**  $i = 2, 3, \dots, n$  **faça**
- 3      $c(v_i) \leftarrow \min\{1, 2, \dots, n\} \setminus \{c(v_j) : j < i \text{ e } (v_i, v_j) \in E(G)\}$

Defina  $d_G^S(v_i) = |\{v_j : j < i \text{ e } (v_i, v_j) \in E(G)\}|$  e  $\Delta^S(G) = \max_{v_i \in V} d_G^S(v_i)$ . Argumente que esse algoritmo devolve uma coloração com no máximo  $\Delta^S(G) + 1$  cores.

- (c) Projete um algoritmo que devolve uma coloração que usa até 6 cores. Para isso, obtenha uma sequência  $S$  adequada utilizando um algoritmo guloso.

**Questão 2.** Faça o exercício 2.1 do livro.