

## Introdução

**Questão 1.** Mostre que o algoritmo para árvore geradora mínima está correto. Para isso, mostre que o algoritmo mantém a invariante de que, ao início de cada iteração, existe uma árvore geradora mínima  $T^*$  que contém  $G[A]$ .

**Questão 2.** Um conjunto independente de um grafo é um subconjunto de vértices que induz um subgrafo sem arestas. Mostre que o problema de encontrar um conjunto independente de tamanho máximo (*independent set*) não tem aproximação com fator  $\Omega(\frac{1}{n^{1-\epsilon}})$  a não ser que  $P = NP$ .

**Questão 3.** No problema de cobertura por vértices (*vertex cover*), queremos encontrar um conjunto de vértices de um grafo cuja remoção deixa um conjunto de vértices isolados.

- (a) Em certo sentido, ele é um problema dual do problema de independent set. Mostre que vertex cover é NP-completo usando uma redução de independent set.
- (b) Enquanto é difícil encontrar uma boa aproximação para independent set, veremos que existe uma 2-aproximação para vertex cover. Embora a existência de um algoritmo exato para vertex cover implica na existência de um algoritmo exato para independent set, o mesmo não vale para aproximação. Explique porque a existência de um algoritmo de aproximação com fator constante para vertex cover não implica na existência de um algoritmo de aproximação com fator constante para independent set.

**Questão 4.** Complete a prova da redução que mostra que Steiner tree é NP-completo.