

## Princípio da indução

**Questão 1.** (CLRS) Exercícios: 2.3-3

**Questão 2.** (CLRS) (3.2-7) A razão  $\phi$  áurea e seu conjugado  $\hat{\phi}$  são as raízes da equação

$$x^2 = x + 1$$

Mostre por indução que o  $i$ -ésimo número de Fibonacci  $F_i$  satisfaz a igualdade

$$F_i = \frac{\phi^i - \hat{\phi}^i}{\sqrt{5}}.$$

**Questão 3.** (Manber) (2.4) Encontre a uma fórmula fechada para a seguinte soma e demonstre-a:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n}.$$

**Questão 4.** (Manber) (2.19) Mostre que as regiões formadas por  $n$  círculos no plano podem ser coloridas com duas cores de forma que quaisquer regiões vizinhas tenham cores distintas.

**Questão 5.** (Manber) (2.29) O princípio das caixas de pombo (na sua forma mais simples) afirma o seguinte: se  $n + 1$  bolas ( $n \geq 1$ ) são colocada dentro de  $n$  caixas, então pelo menos uma caixa conterá mais de uma bola. Demonstre esse afirmação por indução.

**Questão 6.** (Manber) (2.9) Mostre por indução que, dado um inteiro em sua representação decimal, ele é divisível por três se e somente se a soma de seus dígitos é divisível por três. (Dica: é mais fácil provar um resultado mais forte em que o resto da divisão do número por três é igual ao resto da divisão da soma de seus dígitos por três.)

## Invariantes de laço e demonstração de correção

**Questão 7.** (CLRS) Exercícios: 2.1-3,

**Questão 8.** (CLRS) Problemas: 2-2, 2-3

**Questão 9.** (Manber) (2.40) Modifique o algoritmo `Converte_Binário` de tal forma que ele converta um número dado em base 6 para um número binário. A entrada é um vetor de dígitos na base 6 e a saída é um vetor de bits. Mostre a correção de seu algoritmo utilizando uma invariante de laço.

---

<sup>1</sup>Esta lista deve ser feita logo após as aulas do conteúdo correspondente e serve para fixar o conteúdo, confirmar ou identificar as dúvidas. Anote suas dúvidas e procure atendimento! Os exercícios são referências ou transcrições de exercícios dos livros-textos (CLRS/Manber), ou foram gentilmente cedidos por outros professores, particularmente por Flávio Keidi Miyazawa (FKM), Cid Carvalho de Souza e Orlando Lee (CID/OL).